

SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE CONDUÇÃO DE CALOR NÃO ESTACIONÁRIA EM UMA PAREDE COM QUATRO CAMADAS *SOLUTION TRANSIENT HEAT CONDUCTION EQUATION ON A FOUR-LAYER WALLS*

Juliana Ávila Contreira¹

Daniela Buske²

Guilherme Jahnecke Weymar³

Régis Sperotto Quadros⁴

Resumo: A temperatura, um dos principais fatores de degradação atuantes em revestimentos de fachadas, é responsável pela causa de inúmeros comportamentos nos materiais, provocando assim, variações físicas e químicas que podem resultar em determinadas patologias. O comportamento destes revestimentos quando submetidos as intempéries reflete diretamente no comportamento térmico dos ambientes internos das edificações, interferindo em aspectos importantes como conforto térmico dos usuários e sistemas de condicionamento de ar. Cada vez mais percebe-se que um projeto de edificações não pode ser resumido apenas em atender às necessidades de segurança, estética e comodidade dos usuários, mas também é necessária a criação de um meio ambiente favorável, além da necessidade de um estudo voltado às principais causas de patologias nos sistemas construtivos. Propõem-se neste trabalho uma metodologia capaz de realizar de forma semi-analítica o cálculo dos fluxos de calor existentes na envoltória da edificação, dando especial atenção às paredes externas compostas por mais de uma camada.

O modelo proposto para representar a distribuição de temperatura nas camadas de uma parede multicomposta é unidimensional transiente. A solução é obtida através do método da transformada de Laplace e uma inversão numérica para o caso de uma parede composta por quatro camadas, com materiais distintos. Para uma análise do modelo proposto, são utilizadas propriedades termofísicas encontradas na literatura, com os resultados obtidos é possível perceber que o modelo representa satisfatoriamente o comportamento dos materiais estudados.

¹ Doutoranda em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS, Brasil. E-mail: julianacontreira@hotmail.com

² Doutora em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS, Brasil. E-mail: danielabuske@gmail.com

³ Doutor em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS, Brasil. E-mail: guicefetr@gmail.com

⁴ Doutor em Matemática Aplicada, Technische Universität Darmstadt, TU DARMSTADT, Alemanha. E-mail: quadros99@gmail.com

Os resultados obtidos através do modelo são de grande contribuição para uma avaliação mais precisa da troca de calor não-estacionário em paredes multicamadas, apresentando resultados válidos para descrever o gradiente de temperaturas e tornando possível a análise em cada ponto do elemento.

Palavras-chave: Parede multicomposta. Condução de calor. Conforto térmico. Solução semi-analítica.

Abstract: The temperature, one of the main degradation factors active in facade coatings, is responsible for the cause of numerous behavior in the materials, thus causing, physical and chemical changes that may result in certain pathologies. The behavior of these coatings when subjected to inclement weather are reflected directly in the thermal behavior of the building internal environments, interfering on important aspects such as thermal comfort of users and air conditioning systems. Increasingly it is realize that a building project can not be reduced only to meet the security needs, aesthetics and comfort of users, but it is also necessary to create a favorable environment and the need for a study facing the main causes pathologies in construction systems. Propose then, in this work, a methodology capable of performing in a semi-analytical way the calculation of the existing heat flows in the envelope of the building, giving special attention to external walls composed of more than one layer. The distribution of temperatures in the layers are one-dimensional transient solutions of conduction of heat. The proposed model to represent the temperature distribution in the layers of a multicomponent wall is one-dimensional transient. The solution is obtained by the Laplace transform method and a numerical inversion for the case of a wall composed of four layers with different materials. For an analysis of the proposed model, we wil use thermo-physical properties found in the literature, with the results obtained it is possible to perceive that the model represents satisfactorily the behavior of the materials studied. The results obtained through the model are of great contribution to a more accurate evaluation of the non-stationary heat exchange in multilayer walls, presenting valid results to describe the temperature gradient and making possible the analysis at each point of the element.

Keywords: Multilayer walls. Heat conduction. Thermal confort. Solution semi-analytical.

1 INTRODUÇÃO

O estudo da distribuição de temperatura é amplamente utilizado no setor da engenharia devido a sua aplicabilidade, seja para a utilização da união permanente de componentes metálicos como a soldagem, ferramentas revestidas, máquinas térmicas, paredes de alvenaria composta por vários materiais, sistemas de refrigeração, entre outros.

A base deste trabalho é o setor da construção civil, que após um período de crise, manifesta para os próximos anos, expectativas de crescimento no Brasil. Esta possibilidade traz consigo uma busca incessante na melhoria e aumento da qualidade e economia envolvidos durante e após o processo de construção.

A fachada de uma obra, independentemente de ser ela residencial ou comercial, é um dos elementos construtivos mais importantes para a edificação, além de ser uma espécie de capa protetora, a qual recebe todos os tipos de intempéries. São aplicados revestimentos nas fachadas com a finalidade de regularizar a superfície, proteger, aumentar a resistência das paredes, proporcionar estética, acabamento e conforto térmico.

Entende-se por revestimentos todos os procedimentos utilizados na aplicação de materiais de proteção e de acabamento sobre superfícies horizontais e verticais de uma obra de engenharia (FIORITO, 1994). Os revestimentos são formados por camadas de materiais diferentes sobrepostas umas às outras. Devido a isso eles devem ser tratados como tais, sendo necessária a análise das camadas uma a uma respeitando suas propriedades físicas e mecânicas.

Os revestimentos, principalmente os aplicados em fachadas, precisam ter uma boa resistência contra os fatores de degradação, por estarem sempre expostos aos fatores atmosféricos, biológicos, de carga e de uso. Segundo Testing; Materials (1996), fatores atmosféricos são todos os grupos de fatores associados com o ambiente natural, incluindo radiação, temperatura, chuva e outras formas de água, constituintes normais do ar, seus poluentes e vento.

Portanto, esses fatores variam em função do seu ciclo diário e anual, bem como da localização geográfica da edificação.

A temperatura, um dos principais fatores de degradação atuantes nas fachadas, é responsável pela causa de inúmeros comportamentos nos materiais, provocando assim, variações físicas e químicas. A principal alteração física causada pela variação de temperatura é a variação dimensional, mais conhecida como dilatação ou contração do material. Estas variações geram um estado de tensões internas que, quando ultrapassam o limite de resistência de uma placa cerâmica, por exemplo, causam trincas e fissuras, e, quando ultrapassam o limite de resistência da camada de esmalte causam gretamento (ROSCOE, 2008). Patologias semelhantes ocorrem nos revestimentos argamassados quando expostos a tais fatores.

Partindo deste ponto, cada vez mais percebe-se que um projeto de edificações não pode ser resumido em atender apenas às necessidades de segurança, estética e comodidade dos usuários, mas também é necessária a criação de um meio ambiente favorável, além da necessidade de um estudo voltado às principais causas de patologias nos sistemas construtivos. O ideal para a confecção de um projeto é obedecer às condições climáticas de cada região. No Brasil, país com clima predominantemente tropical, as construções de edifícios com fachadas inteiramente de vidro possuem beleza estética, mas tal aplicação resulta em um aquecimento excessivo do ambiente interno, fazendo com que aumente os custos com sistemas de ar condicionado.

Segundo Dear e Brager (2002), conforto térmico é definido como a condição mental que expressa satisfação com o ambiente térmico que envolve a pessoa. A insatisfação com o ambiente térmico pode ser causada pela sensação de desconforto por calor ou frio quando o balanço térmico não é estável, ou seja, quando há diferenças entre o calor produzido pelo corpo e o calor perdido para o ambiente. A performance humana, como atividades intelectuais, manuais e perceptivas, geralmente apresentam um melhor rendimento quando realizadas em um ambiente que propicie uma temperatura adequada ao tipo de serviço realizado.

As condições desta variável se dão em função de uma série de variáveis, que podem ser ambientais (temperatura do ar, umidade relativa, temperatura média e velocidade do ar) e humanas (vestimenta e atividade), que determinam as trocas térmicas entre o corpo humano, o meio e as respostas fisiológicas e psicológicas do ser humano. Ao conhecer as condições e os parâmetros relativos ao conforto térmico dos ocupantes do ambiente, evitam-se desperdícios com aquecimento e refrigeração, muitas vezes desnecessários.

Os modelos matemáticos são instrumentos particularmente úteis no entendimento dos fenômenos de condução e convecção de calor. Estes modelos, que permitem uma avaliação da distribuição de temperatura, podem ser utilizados para melhorar o conforto térmico de edificações. Na estimativa da distribuição de temperatura numa parede composta, emprega-se a equação de condução de calor.

A solução para equação de condução de calor pode ser numérica ou analítica (semi-analítica). As soluções analíticas apresentam grandes vantagens devido a obtenção de resultados mais exatos com baixo custo computacional. Essa vantagem se dá ao fato de, para obtenção de soluções mais precisas através de um método numérico, é necessário a utilização de malhas muito refinadas (com muitos pontos), inviabilizando assim certas soluções e tornando tantas outras muito demoradas, além da necessidade de máquinas muito potentes para encontrar tais soluções.

A proposta deste trabalho é a obtenção de soluções com aproximações semi-analíticas de um problema térmico transiente em condução de calor num meio multicomposto, a fim de representar o comportamento de determinados materiais quando submetidos a transferências de calor.

Em diversas situações práticas da engenharia civil é possível presenciar componentes construtivos que possuam mais de uma camada, como por exemplo, alvenarias, lajes em concreto armado e pisos. As fachadas de edifícios construídos em alvenaria, tanto estrutural como não estrutural, são compostas por pelo menos cinco camadas de diferentes materiais: a base (alvenaria propriamente dita), chapisco, emboço, reboco e acabamento.

Para a realização do estudo utilizando um modelo matemático, o primeiro passo é analisar o problema real (a forma como ele ocorre na natureza) e descrevê-lo através de um modelo físico, utilizando equações matemáticas que melhor representem o fenômeno estudado. Neste trabalho, utiliza-se para representação do modelo físico a equação de condução do calor. A seguir, obtém-se um modelo matemático que precisa ser resolvido e propõe-se então uma técnica que melhor solucione o problema.

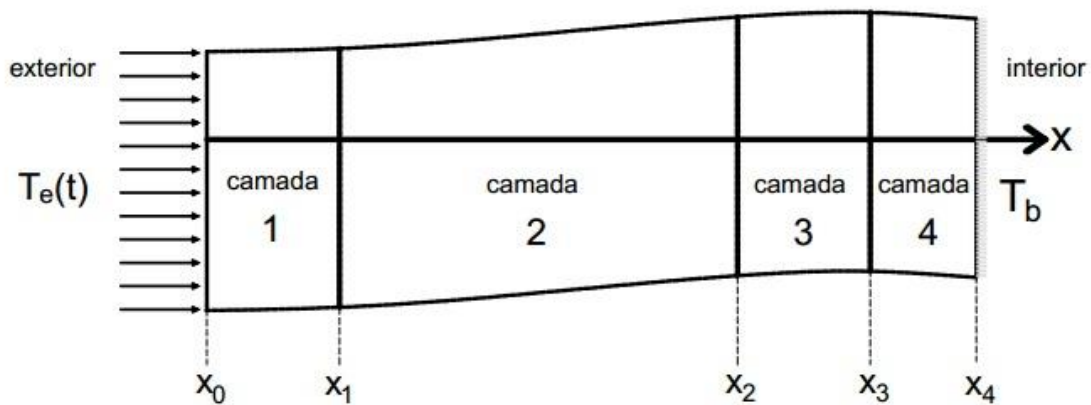
É necessário então conhecer o comportamento destes elementos construtivos, a fim de minimizar as patologias causadas a eles quando submetidos as intempéries. Em busca de um maior entendimento do assunto, foram realizadas pesquisas em trabalhos publicados neste campo.

Pode-se perceber que, na literatura, encontram-se disponíveis inúmeros trabalhos que se concentram no estudo de problemas de difusão de calor em meios multicompostos, em que são utilizados como metodologias métodos numéricos, funções de transferência, métodos semi-analíticos e transformada de Laplace, como em Beyers e Vilhena (1998), Aseka (2003) e Oliveira (2015).

2 DESCRIÇÃO E SOLUÇÃO DO PROBLEMA

O problema representado pela Figura 1 é descrito matematicamente através das equações de condução do calor:

Figura 1 – Placa plana composta de quatro camadas submetida à um fluxo de calor dependente do tempo



Fonte: Autores

$$\frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha_1} \frac{\partial T_1}{\partial t}, \quad \text{para } x_0 \leq x \leq x_1 \quad (1a)$$

$$\frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha_2} \frac{\partial T_2}{\partial t}, \quad \text{para } x_1 \leq x \leq x_2 \quad (1b)$$

$$\frac{\partial^2 T_3}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha_3} \frac{\partial T_3}{\partial t}, \quad \text{para } x_2 \leq x \leq x_3 \quad (1c)$$

$$\frac{\partial^2 T_4}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha_4} \frac{\partial T_4}{\partial t}, \quad \text{para } x_3 \leq x \leq x_4 \quad (1d)$$

sendo T_1 , T_2 , T_3 , e T_4 as temperaturas médias nas camadas 1, 2, 3 e 4 respectivamente, α_1 , α_2 , α_3 e α_4 as difusividades térmicas dos materiais de cada camada. Para o cálculo da difusividade utiliza-se a equação $\alpha = k/\rho s$, sendo k a condutividade térmica (J/ms⁰C), ρ a densidade de massa (Kg/m³), e s a capacidade térmica específica (J/Kg⁰C).

As equações (1a), (1b), (1c) e (1d) estão sujeitas às seguintes condições de contorno e inicial:

$$T_1|_{x=x_0} = T_e(t) = C_1 \cos(C_2 t + C_3) + C_4 \sin(C_5 t + C_6), \quad (2a)$$

$$T_4|_{x=x_4} = T_b, \quad (2b)$$

$$T_1(x, 0) = T_2(x, 0) = T_3(x, 0) = T_4(x, 0) = T_0, \quad (2c)$$

onde $T_e(t)$ representa a variação da temperatura, no período de um dia, a qual a face externa da edificação (fachada) está submetida.

As condições de continuidade (contato térmico perfeito entre as camadas) a que estão sujeitas as equações (1a), (1b), (1c) e (1d) são:

$$T_1|_{x=x_1} = T_2|_{x=x_1}, \quad (3a)$$

$$-k_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=x_1} = -k_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=x_1}, \quad (3b)$$

$$T_2|_{x=x_2} = T_3|_{x=x_2}, \quad (3c)$$

$$-k_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=x_2} = -k_3 \frac{\partial T_3}{\partial x} \Big|_{x=x_2}, \quad (3d)$$

$$T_3|_{x=x_3} = T_4|_{x=x_3}, \quad (3e)$$

$$-k_3 \frac{\partial T_3}{\partial x} \Big|_{x=x_3} = -k_4 \frac{\partial T_4}{\partial x} \Big|_{x=x_3}. \quad (3f)$$

As equações (1a), (1b), (1c) e (1d) são resolvidas utilizando a transformada de Laplace. Aplicando este método nas equações (1a), (1b), (1c) e (1d), obtém-se:

$$\frac{d^2 \bar{T}_1(x,p)}{dx^2} = \frac{1}{\alpha_1} (p \bar{T}_1(x,p) - T_0), \quad (4a)$$

$$\frac{d^2 \bar{T}_2(x,p)}{dx^2} = \frac{1}{\alpha_2} (p \bar{T}_2(x,p) - T_0), \quad (4b)$$

$$\frac{d^2 \bar{T}_3(x,p)}{dx^2} = \frac{1}{\alpha_3} (p \bar{T}_3(x,p) - T_0), \quad (4c)$$

$$\frac{d^2 \bar{T}_4(x,p)}{dx^2} = \frac{1}{\alpha_4} (p \bar{T}_4(x,p) - T_0). \quad (4d)$$

A solução da equação (4a), consiste na separação de duas soluções: solução homogênea e solução particular. A solução homogênea é dada pela equação (5):

$$\bar{T}_{h1}(x,p) = A(p)e^{\sqrt{\frac{p}{\alpha_1}}x} + B(p)e^{-\sqrt{\frac{p}{\alpha_1}}x}. \quad (5)$$

A solução particular é obtida resolvendo a equação a seguir:

$$\frac{d^2 \bar{T}_{p1}(x,p)}{dx^2} - \frac{p}{\alpha_1} \bar{T}_{p1}(x,p) = -\frac{T_0}{\alpha_1}, \quad (6)$$

obtém-se como solução a seguinte equação:

$$\bar{T}_{p1}(x,p) = \frac{T_0}{p}. \quad (6a)$$

A solução transformada completa para a primeira camada da parede é representada pela soma das soluções homogênea e particular, mostrada a seguir:

$$\bar{T}_1(x,p) = A(p)e^{\sqrt{\frac{p}{\alpha_1}}x} + B(p)e^{-\sqrt{\frac{p}{\alpha_1}}x} + \frac{T_0}{p}. \quad (7)$$

Os problemas (4b), (4c) e (4d) são resolvidos de forma análoga a equação (4a), portanto a solução é:

$$\bar{T}_2(x, p) = C(p)e^{\sqrt{\frac{p}{\alpha_2}}x} + D(p)e^{-\sqrt{\frac{p}{\alpha_2}}x} + \frac{T_0}{p}, \quad (7a)$$

$$\bar{T}_3(x, p) = E(p)e^{\sqrt{\frac{p}{\alpha_3}}x} + F(p)e^{-\sqrt{\frac{p}{\alpha_3}}x} + \frac{T_0}{p}, \quad (7b)$$

$$\bar{T}_4(x, p) = G(p)e^{\sqrt{\frac{p}{\alpha_4}}x} + H(p)e^{-\sqrt{\frac{p}{\alpha_4}}x} + \frac{T_0}{p}, \quad (7c)$$

Para obter os coeficientes A, B, C, D, E, F, G e H das equações (7), (7a), (7b) e (7c), aplicam-se as condições de contorno e continuidade transformadas dadas por:

$$\bar{T}_1(x, p)|_{x=x_0} = T_e(p), \quad (8a)$$

$$\bar{T}_4(x, p)|_{x=x_4} = T_b(p), \quad (8b)$$

$$\bar{T}_1(x, p)|_{x=x_1} = \bar{T}_2(x, p)|_{x=x_1}, \quad (8c)$$

$$-k_1 \frac{d\bar{T}_1(x, p)}{dx} \Big|_{x=x_1} = -k_2 \frac{d\bar{T}_2(x, p)}{dx} \Big|_{x=x_1}, \quad (8d)$$

$$\bar{T}_2(x, p)|_{x=x_2} = \bar{T}_3(x, p)|_{x=x_2}, \quad (8e)$$

$$-k_2 \frac{d\bar{T}_2(x, p)}{dx} \Big|_{x=x_2} = -k_3 \frac{d\bar{T}_3(x, p)}{dx} \Big|_{x=x_2}, \quad (8f)$$

$$\bar{T}_3(x, p)|_{x=x_3} = \bar{T}_4(x, p)|_{x=x_3}, \quad (8g)$$

$$-k_3 \frac{d\bar{T}_3(x, p)}{dx} \Big|_{x=x_3} = -k_4 \frac{d\bar{T}_4(x, p)}{dx} \Big|_{x=x_3}. \quad (8h)$$

Uma vez que os coeficientes das equações (7), (7a), (7b) e (7c) estão determinados, há condições de inverter a solução pela transformada inversa de Laplace. Esse procedimento resulta na seguinte integral:

$$T_i(x, t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{p=\gamma-j\infty}^{\gamma+j\infty} e^{pt} \bar{T}_i(x, p) dp, \text{ onde } i = 1: 2. \quad (9)$$

sendo i o número de camadas e γ o raio de origem.

Devido a impossibilidade de determinar as singularidades do integrando que aparece no lado direito da equação (9), não se pode aplicar o Teorema dos Resíduos para obter o resultado analítico da integral. Assim, na sequência é apresentada uma solução aproximada da integral presente na equação (9) usando uma inversão numérica. A inversão numérica é feita utilizando o método da Quadratura Gaussiana.

2.1 Quadratura Gaussiana

A Quadratura Gaussiana é um método de integração numérica, que consiste na substituição de uma integral por uma soma ponderada. Utiliza polinômios ortogonais para a aproximação das funções a serem integradas. Como estes polinômios efetivamente aproximam as funções, é possível a utilização de esquemas de integração numérica baseadas em polinômios ortogonais. Segundo Beyer e Vilhena (1998), a derivação das fórmulas de quadratura, em termos gerais, inclui a normalização do intervalo de integração, a amostragem da função a ser aproximada nas raízes desigualmente espaçadas do polinômio ortogonal e a geração do polinômio de interpolação.

Para obter a inversão da transformada de Laplace, (7), (7a), (7b) e (7c), para o domínio tempo, é utilizada a equação (9).

Fazendo $pt = p_k$ na equação (9) para excluir o parâmetro t no termo exponencial, que é a função peso e fazendo a mudança da variável $p = p_k/t$ obtém-se:

$$T_i(x, t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma'-j\infty}^{\gamma'+j\infty} e^{p} \frac{\bar{T}_i(x, \frac{p_k}{t})}{t} dp, \quad (10)$$

onde, $\gamma' = \frac{c}{t}$. Tem-se então a fórmula de quadratura do tipo:

$$\int_A^b w(x)f(x)dx \cong \sum_{k=1}^n a_k f(x_k). \quad (11)$$

Em Heydarian e Mullineau (1981) afirmam que a fórmula de Quadratura Gaussiana adequada é:

$$\frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma-j\infty}^{\gamma+j\infty} e^{p} \frac{F(p)}{p} dp = \sum_{k=1}^n a_k F(p_k), \quad (12)$$

sendo $F(p_k)$ uma função relacionada com $\bar{T}_i(x, \frac{p_k}{t})$ deve ser obtida por:

$$F(p_k) = \frac{p_k}{t} \bar{T}_i(x, \frac{p_k}{t}). \quad (13)$$

Substituindo (13) em (12) resulta em:

$$T_i(x, t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma-j\infty}^{\gamma+j\infty} e^{p} \frac{F(p)}{p} dp = \sum_{k=1}^n a_k \left(\frac{p_k}{t}\right) \bar{T}_i(x, \frac{p_k}{t}). \quad (14)$$

Através de (14) é possível calcular $T_i(x, t)$ substituindo p por $\frac{p_k}{t}$. Sabendo ainda, que p_k são as raízes do polinômio:

$$(-1)^n \sum_{r=0}^n A(n, r) p^{n-r} = 0, \quad (15)$$

sendo

$$A(n, r) = \frac{(-1)^{n-r} n!}{r!(n-r)!}. \quad (16)$$

Os termos a_k da equação (12) são soluções de:

$$\sum_{k=1}^n a_k p_k^{-r} = \frac{1}{r!}, \quad 0 \leq r \leq (n-1). \quad (17)$$

A partir disto, é possível obter $T_i(x, t)$ substituindo p por $\frac{p_k}{t}$ utilizando juntamente os valores de a_k encontrados em (STROUD; SECREST, 1966).

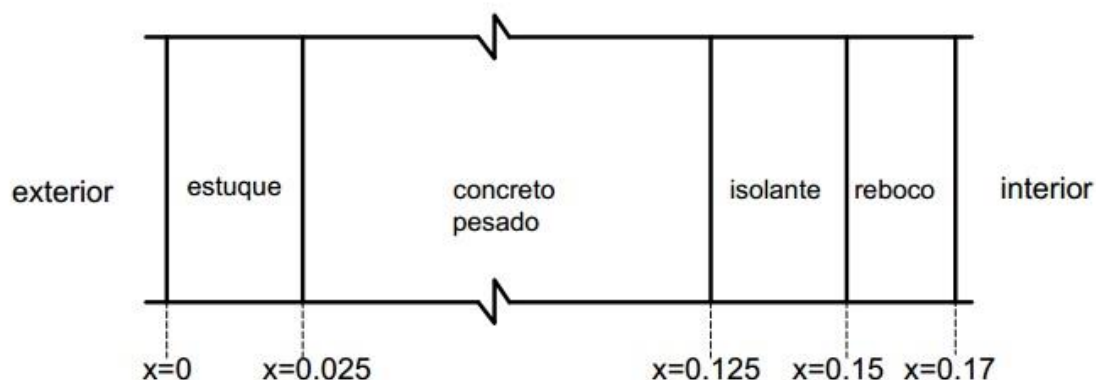
3 RESULTADOS

Para avaliar o comportamento da solução encontrada para a condução de calor em uma parede composta por quatro camadas utilizam-se as mesmas condições de contorno e informações do problema resolvido em Beyer e Vilhena (1998) e comparam-se os resultados obtidos.

Beyer e Vilhena (1998) utilizaram, para resolver o problema de condução de calor em uma parede multicomposta o método da temperatura Sol-Ar. Este método é um cálculo transiente que tem como principal forma de realização o uso do Método da Função de Transferência, necessitando um cálculo prévio do fluxo transiente através de pulsos unitários, para encontrar-se após a Função de Transferência. O incremento temporal existe quando já se conhece a Função de Transferência, devendo ser de magnitude do pulso unitário inicial Beyer e Vilhena (1998).

O problema consiste em uma parede com quatro camadas, representada pela Figura 2, constituída por 0,025 m de estuque, 0,10 m de concreto pesado, 0,025 m de material isolante e 0,020 m de reboco, os materiais possuem condutividade térmica e coeficiente de difusão conforme a Tabela 1.

Figura 2 – Estrutura da parede calculada.



Fonte: Autores

Tabela 1 – Parâmetros termofísicos dos materiais da parede composta por quatro camadas

Material	Condutividade térmica ($W/m \cdot ^\circ C$)	Difusividade térmica (m^2/s)
Estuque	0,692	$4,434 \times 10^{-7}$
Concreto pesado	1,731	$9,187 \times 10^{-7}$
Isolante	0,043	$1,6 \times 10^{-6}$
Reboco	0,727	$5,43 \times 10^{-7}$

Fonte: Vilhena e Beyer (2008)

Não há resistência térmica de contato entre as camadas. A temperatura interna é mantida constante, em $24^\circ C$. A temperatura externa evolui como função horária com ciclo de um dia, segundo a Temperatura Sol-Ar retirada de Brown e Stephenson (1993).

Para obter os valores da temperatura Sol-Ar, representados na Tabela 2, durante o período de um dia (24 horas) foi utilizado um ajuste de curvas para a função representada pela equação (18) com o método dos mínimos quadrados.

$$q = \alpha I_t + h_o(t_o - t_s) - \xi \delta R, \quad (18)$$

onde q é o fluxo de calor (W/m^2); α é absortância da superfície para a radiação solar; I_t é a radiação solar total incidente na superfície (W/m^2); h_o é o coeficiente de transferência de calor por condução e radiação de onda longa na superfície externa (W/m^2); t_o é a temperatura de ar externo ($^\circ C$); t_s é a temperatura superficial ($^\circ C$); ξ é a emitância hemisférica da superfície em onda longa e δR é a diferença entre a radiação de onda incidente na superfície do

céu e entorno e a radiação emitida por um corpo negro na temperatura do ar externo (W/m^2).

A temperatura Sol-Ar foi escolhida como uma função excitação, devido esta função ser mal-comportada, ou seja, os problemas decorrentes de seu uso, se resolvidos, permitem dizer que a grande maioria de outras excitações também serão resolvidas.

Da mesma forma que no trabalho de Beyer e Vilhena (1998), os valores da temperatura Sol-Ar repetem-se consecutivamente por um período mínimo de quatro dias, tempo necessário para o sistema entrar em regime periódico e não há ocorrência de nebulosidade atmosférica.

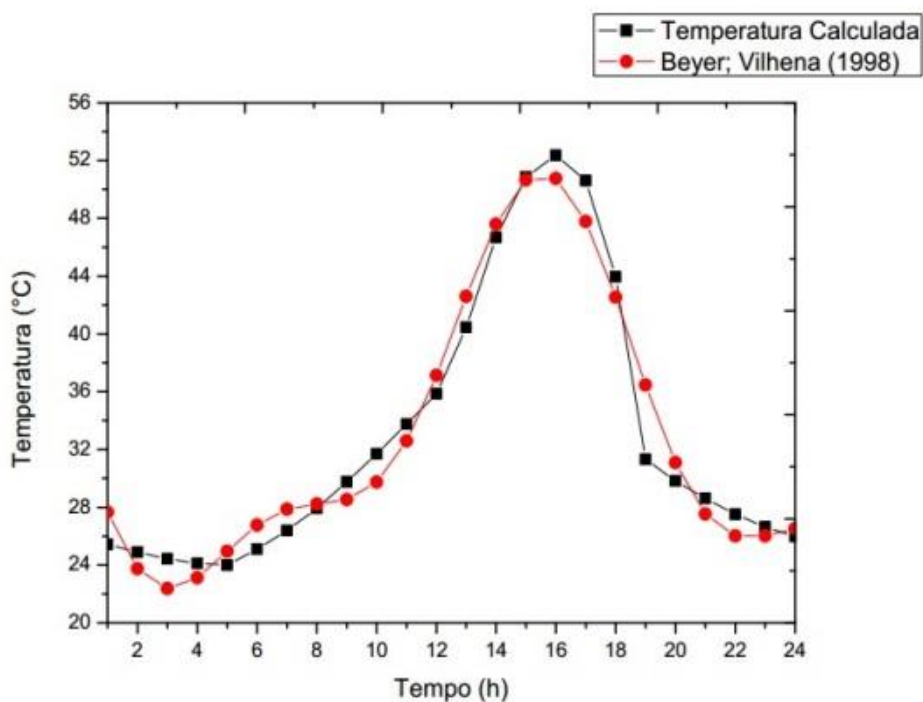
Tabela 2 – Temperatura Sol-Ar

Tempo	T_{sa} (Beyer; Vilhena (1998))	T_{sa} (calculado)
1	25,43	27,6489
2	24,88	23,7536
3	24,44	22,3758
4	24,11	23,115
5	24,00	24,9548
6	25,104	26,7729
7	26,382	27,8607
8	27,918	28,2233
9	29,764	28,5303
10	31,70	29,7435
11	33,752	32,5916
12	35,85	37,1299
13	40,446	42,5895
14	46,682	47,5934
15	50,86	50,6571
16	52,35	50,7664
17	50,618	47,787
18	43,948	42,5313
19	31,316	36,4527
20	29,83	31,0954
21	28,62	27,531
22	27,52	26,0157
23	26,64	26,0065
24	25,98	26,5144

Fonte: Vilhena e Beyer (2008)

De acordo com a Figura 3 a curva de aproximação utilizada descreve de forma eficiente o comportamento das temperaturas estudadas. Porém, os valores encontrados variam em até $2\text{ }^{\circ}\text{C}$, quando comparados com os valores encontrados no trabalho de Beyer e Vilhena (1998), conforme mostrado na Tabela 2.

Figura 3 – Comparação entre as temperaturas Sol-Ar simuladas neste trabalho e as temperaturas Sol-Ar apresentadas no trabalho de Beyer e Vilhena (1998).



Fonte: Autores

Tabela 3 – Resultados dos índices estatísticos da comparação entre as temperaturas Sol-Ar simuladas neste trabalho e as temperaturas Sol-Ar apresentadas no trabalho de Beyer e Vilhena (1998)

NMSE	COR	FB
$3,18675 \times 10^{-8}$	0,940225	-0,0000516353

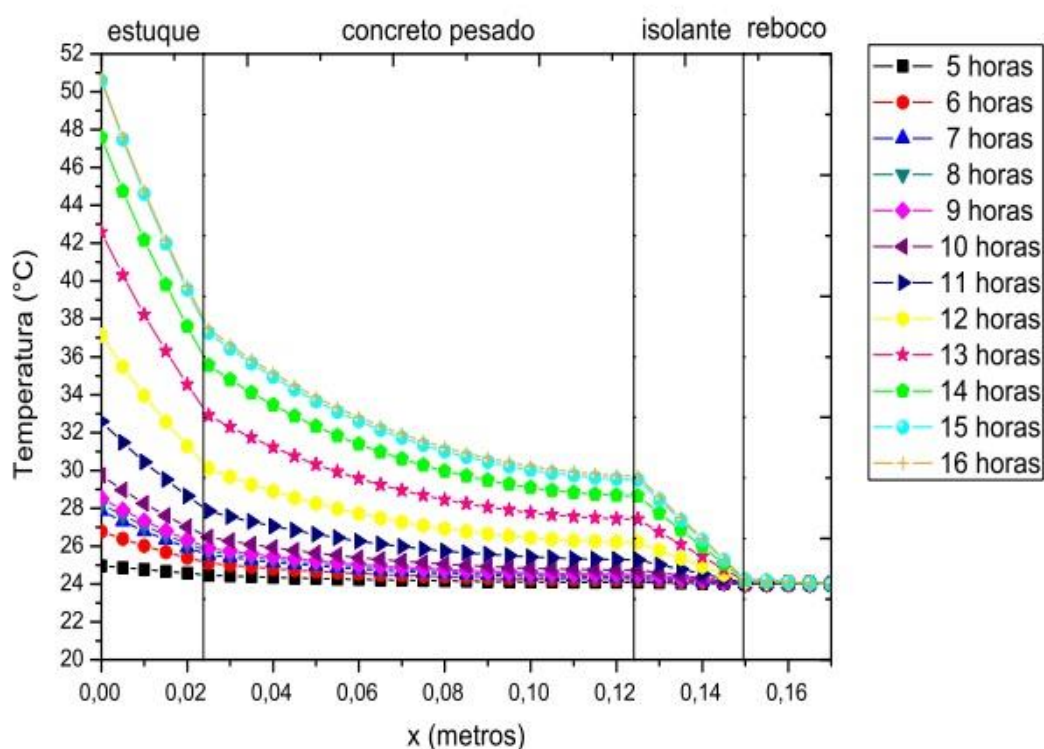
Fonte: Autores

É importante frisar que os resultados encontrados podem ser considerados satisfatórios, levando em consideração que os índices estatísticos apresentados na Tabela 3 estão perto de seus valores ideais.

Cabe ressaltar, que para o cálculo desses valores, Hanna (1989) orienta que sejam comparados os valores observados em experimentos com os valores calculados através do modelo. Por falta de experimentos que descrevam este modelo, neste trabalho, foram utilizados como dados observados, os valores da temperatura Sol-Ar calculados no trabalho de Beyer e Vilhena (1998).

A solução desse problema foi implementada utilizando o código computacional *Fortran90* e são apresentados os resultados na Figura 4. O comportamento térmico da distribuição de temperatura na parede externa composta por quatro camadas e sujeita à uma condição de contorno dependente do tempo foi plotada considerando uma variação de tempo de 11 horas. Este intervalo de tempo foi escolhido por representar a temperatura Sol-Ar de forma crescente, ou seja, é o período em que a parede está sujeita à um contínuo aquecimento solar.

Figura 4 – Perfil da distribuição de temperatura ao longo da parede estudada.



Fonte: Autores

Na Figura 4 é possível observar o comportamento da parede composta por quatro camadas quando submetida a uma variação de temperatura. Com o passar do tempo, o fluxo de calor ao qual a parede está submetida aumenta, de acordo com a temperatura Sol-Ar calculada, por consequência a temperatura da camada mais externa da parede ($x=0,00$ m) também aumenta.

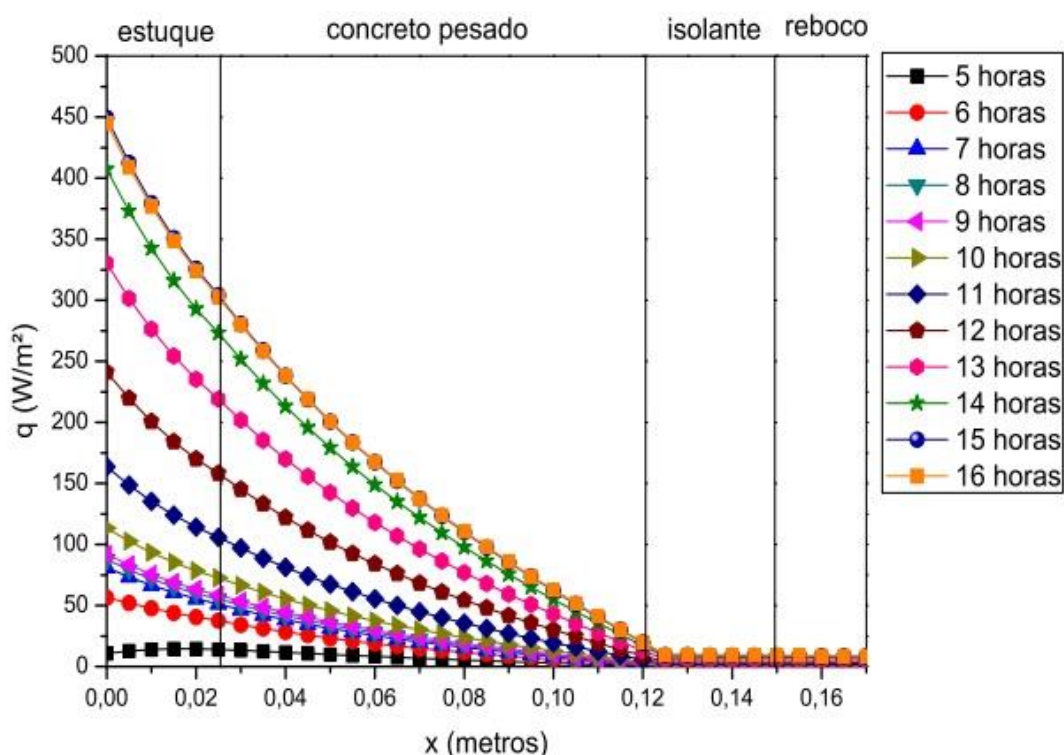
Percebe-se nitidamente a diferença de condutividade e difusividade de cada material componente da parede. O reboco se mostra bom condutor, enquanto que o estuque e o isolante são maus condutores.

O modelo proposto representa a distribuição de temperaturas em uma parede multicomposta.

Quanto mais alta a temperatura Sol-Ar maior é o declínio da temperatura no material estuque, isso ocorre devido à baixa difusividade térmica deste material.

Para uma melhor análise do comportamento da parede quando submetida a temperatura calculada, foram analisados também os fluxos de calor ao qual a parede é submetida. Através da Figura 5 é possível verificar que quanto maior o fluxo calculado, maior a temperatura encontrada naquele ponto da parede.

Figura 5 – Fluxos de calor simulados para uma parede com quatro camadas.



Fonte: Autores

É possível verificar então que o modelo proposto representa a distribuição de temperaturas em uma parede multicomposta e com apenas alguns ajustes, representa também o seu fluxo de calor.

3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho foi baseado em uma abordagem semi-analítica para determinar a condução de temperatura em paredes multicompostas. A solução foi obtida através do método da transformada de Laplace e permite flexibilidade em relação a possibilidade de calcular qualquer tipo de parede ou placa plana.

A solução obtida para a análise térmica fornece o comportamento das temperaturas em qualquer ponto desejado da parede e conseqüentemente da sua estrutura. Além disso, pode-se observar a variação de temperatura conforme o tempo em que a parede é exposta a fonte de calor e através dessas temperaturas é possível analisar o comportamento mecânico e o conforto térmico da estrutura.

REFERÊNCIAS

ASEKA, I. B. **Solução da Equação de Condução de Calor Bidimensional, em Meios Multicompostos, pelos Métodos Nodal, com Parâmetros Concentrados, e a Técnica da Transformada de Laplace**. 2003. Tese de Doutorado – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

BEYER, P.; VILHENA, M.T. **Condução de Calor Não-Estacionária em Paredes Externas Multi-Compostas**. 1998. 80f. Tese de Doutorado - PROMEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

BROWN, W.; STEPHENSON, D. Guarded hot box measurements of the dynamic heat transmission characteristics of seven wall specimens. **ASHRAE Transactions**, v. 99, par 1, 1993.

DEAR, R. D.; BRAGER, G. Thermal comfort in naturally ventilated buildings: revisions to ASHRAE Standard 55. **Energy and Buildings**, v. 34, 2002.

Revista Mundi Engenharia, Tecnologia e Gestão. Paranaguá, PR, v.3, n.2, maio de 2018.

FIORITO, A. **Manual de Argamassas e Revestimentos – Estudos e Procedimentos de Execução**. Editora Pini, São Paulo, SP, 1994. 223p.

HANNA, S. R. Confidence limit for air quality models as estimated by boodstrap and jacknife resampling methods. **Atmos. Environ.**, v. 23, p. 1385-1395, 1989.

HEYDARIAN, M.; MULLINEAU, N. Solution of Parabolic Partial Differential Equations. **Appl. Math. Modelling**, v.5, 448 - 449, 1981.

OLIVEIRA, G. **Solução analítica multicamada em condução de calor: Aplicação em ferramentas revestidas**. 2015. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia – MG.

ROSCOE, T. M. **Patologias em Revestimento Cerâmico de Fachada**. 2008. Monografia – Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais.

STROUD, A.; SECREST, D. **Gaussian Quadrature Formulas**. New Jersey: Prentice Hall, 1966.

TESTING, A. S. for MATERIALS. **Standard recommended practice for developing short – term accelerated test for prediction of the service life of building and materials**. ASTM – Philadelphia, 1996.

Edição especial - XX ENMC (Encontro Nacional de Modelagem Computacional) e VIII ECTM (Encontro de Ciência e Tecnologia dos Materiais), realizado entre 16 e 19 de outubro de 2017 na cidade de Nova Friburgo – RJ.

Editor – Mateus das Neves Gomes