


PROJETO E SIMULAÇÃO DO CONTROLE VETORIAL PARA MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

DESIGN AND SIMULATION OF VECTOR CONTROL FOR THREE-PHASE INDUCTION MOTOR

Débora Debiaze de Paula¹ 

Andreyra Sárila Ramos Ferreira² 

Paulo Jefferson Dias de Oliveira Evald³ 

Rodrigo Zelir Azzolin⁴ 

Resumo: O motor de indução trifásico é amplamente utilizado em diversos setores, como os industriais e os comerciais, na conversão de energia elétrica em energia mecânica. Nestas aplicações, sua velocidade é comumente regulada através do controle vetorial. Assim, neste trabalho é apresentado de forma detalhada o projeto dos controladores Proporcional-Integral (PI) multi-malhas que constituem o controle vetorial. Resultados de simulação são apresentados, onde é possível observar a viabilidade desta técnica devido a seu rápido rastreamento de referência e características de rejeição de distúrbios exógenos limitados.

Palavras-chave: Motor de indução trifásico. Controle vetorial. Controle PI.

Abstract: The three-phase induction motor is widely used in several industries, such as industrial and commercial sectors in the conversion of electrical energy into mechanical energy. In these applications, its speed is commonly regulated by vector control. Thereby, in this work, it is presented, in details, the multi-loop Proportional-Integral (PI) controllers design, which consists in the vector control. Simulation results are presented, where it is possible to observe the feasibility of this technique due to its fast references tracking and characteristics of limited exogenous disturbance rejection.

Keywords: Three-phase induction motor. Vector control. PI control.

¹Engenheira de Automação, Universidade Federal do Rio Grande (FURG) e deboradebiaze@gmail.com.

²Engenheira de Automação, Universidade Federal do Rio Grande (FURG) e andreynasrf@gmail.com.

³Mestre em Engenharia de Computação, Universidade Federal do Rio Grande (FURG) e paulo.evald@gmail.com.

⁴Doutor em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) e rodrigoazzolin@gmail.com.

1 INTRODUÇÃO

Em plantas industriais de produção e manufatura, os custos de manutenção representam uma grande parte dos custos operacionais totais (ALMEIDA, 2018; BORGES, 2013). Conforme o processo empregado na fábrica, os custos de manutenção podem corresponder de 15% a 30% do custo dos bens produzidos (ALMEIDA, 2018). Em indústrias alimentícias, por exemplo, os custos médios de manutenção podem corresponder perto de 15% do custo dos bens produzidos, ao passo que em indústrias de papel e celulose, como em outras indústrias de trabalho pesado, a função de manutenção pode representar até mesmo 30% dos custos totais da produção (ALMEIDA, 2018). Sabendo que, a indústria americana gasta mais de 200 bilhões de dólares em manutenção de máquinas e instalações, todo ano, consegue-se analisar que o lucro e a produtividade da empresa sofre uma considerável influência em função da necessidade de manutenção dos maquinários (ALMEIDA, 2018).

Quando fala-se dos motores elétricos presentes nas máquinas industriais, sabe-se que no passado os motores de Corrente Contínua (CC) eram os mais, costumeiramente, utilizados (FURTUNATO; SALAZAR; ARAÚJO, 2001). Isso porque esses motores proporcionavam maior precisão no torque, além de maior facilidade no projeto de acionamento e controle quando comparado com outros motores. Porém, sua construção é mais custosa e complexa do que a de um motor de Corrente Alternada (CA), principalmente pelo fato do motor CC conter comutador, escovas e enrolamentos na armadura (PETRUZELLA, 2013; QUEIROZ, 2008). Por esses motivos, a manutenção do conjunto escova/comutador, encontrado em motores CC, é um fator importante na escolha do motor para cada aplicação, o que, com o passar do tempo, abriu espaço aos motores CA em grande parte das aplicações industriais (PETRUZELLA, 2013). Assim, o motor de indução, que é um motor assíncrono, é o tipo de motor elétrico mais empregado nos meios industriais atualmente (PETRUZELLA, 2013; FORTES; FERREIRA; COELHO, 2013; TRZYNADLOWSKI, 2000; ALMEIDA, 2010; OLIVEIRA, 2011; CAD, 2000; BULGARELLI, 2006; WEG, 2016).

Geralmente, em se tratando de controle de velocidade de MIT (Motores de Indução Trifásicos), a técnica de controle do tipo escalar por meio da variação proporcional tensão/frequência (V/f) é comumente aplicada (QUEIROZ, 2008). Contudo, o controle escalar não apresenta desempenho adequado quando submetido a variações bruscas de carga, essencialmente ao longo do regime transitório, visto que o motor de indução possui características não-lineares (QUEIROZ, 2008). Assim, alternativamente, surgiram as estratégias vetoriais de controle de velocidade, também conhecido como Controle por

Campo Orientado (*Field Oriented Control* – FOC) (BOCKER; MATHAPATI, 2007). Esta estratégia possibilita a realização do controle desacoplado de fluxo magnético e conjugado, transformando o motor trifásico em um motor bifásico equivalente e simplificado. Com isso, a complexidade de controle e acionamento dos MITs é aproximado ao motor CC (VAS, 1990; LEONHARD, 2012).

Por intermédio das estratégias de controle vetorial é possível regular a velocidade e mantê-la em operação constante, bem como as condições de torque tanto durante o regime transitório, quanto em regime permanente, mesmo sob variações de carga (QUEIROZ, 2008). Esse rendimento é alcançado através do controle independente do torque e do fluxo (BARBI, 1985). Todavia, sabendo que existem distúrbios no motor, a estratégia de controle vetorial acaba sofrendo degradação de desempenho, surgindo oscilações nas variáveis de controle, que reflete em sua atuação (MORITA, 2014). Essas oscilações são advindas do acoplamento dos eixos com o referencial no fluxo rotórico, que prejudica o controle individual dos eixos. Para a elaboração do controle vetorial, controladores para as correntes e para a velocidade devem ser implementados. Na literatura existem diversas técnicas para controle de velocidade. Contudo, há décadas e ainda hoje em dia, existe um amplo uso de controladores do tipo Proporcional-Integrais (PI) em MITs, como em (HOLMES; MCGRATH; PARKER, 2011; NECKEL, 2017; DAKHIL; HASSAIN; AUBBAS, 2020; OJHA et al., 2020).

Dito isso, neste trabalho será apresentado de forma detalhada, o projeto de controladores vetoriais para MITs. Os controladores propostos são do tipo PI (Proporcional-Integral) para as malhas de corrente e a malha de velocidade do motor. A principal contribuição deste trabalho é demonstrar didaticamente como implementar as estratégias de controle vetorial com PI para MITs, de forma que este artigo sirva como um documento instrutivo aos que desejam projetar tais controladores.

A organização deste trabalho é dada como se segue: na Seção II é apresentado de forma sucinta, a modelagem matemática do motor de indução trifásico e a Seção III é apresentado o projeto dos controladores proporcional-integral, como também os parâmetros identificados. Já na Seção IV é apresentada a técnica de controle vetorial e na Seção V são discutidos os resultados de simulação. Por fim, as considerações finais são dadas na Seção VI.

2 MODELO MATEMÁTICO DO MIT

Nesta seção é apresentado brevemente o modelo matemático de um MIT. Desta forma, maiores informações a respeito da modelagem matemática do motor de indução podem ser consultadas em (PAULA et al., 2020 (no prelo)). O modelo por equações de estado do motor de indução trifásico é dado por:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{Sd} \\ \dot{I}_{Sq} \\ \dot{I}_{Rd} \\ \dot{I}_{Rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 & (\omega + N\omega_R a_2) & a_3 & N\omega_R a_4 \\ -(\omega + N\omega_R a_2) & -a_1 & -N\omega_R a_4 & a_3 \\ a_6 & -N\omega_R a_7 & -a_8 & (\omega - N\omega_R a_9) \\ N\omega_R a_7 & a_6 & (-\omega + N\omega_R a_9) & -a_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{Sd} \\ I_{Sq} \\ I_{Rd} \\ I_{Rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_5 & 0 \\ 0 & a_5 \\ -a_{10} & 0 \\ 0 & -a_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{Sd} \\ V_{Sq} \end{bmatrix} \quad (1)$$

onde: V_S , I_S e I_R são a tensão estatórica, corrente estatórica e corrente rotórica, respectivamente, nas coordenadas d e q (MARTINS, 2006). Ainda,

- N Número de pares de polos da máquina;
- ω Velocidade síncrona;
- ω_R Velocidade rotórica;

e

$$\begin{aligned} a_0 &= \mathbb{L}_S \mathbb{L}_R - \mathbb{L}_M^2, & a_1 &= \frac{R_S \mathbb{L}_R}{a_0}, & a_2 &= \frac{\mathbb{L}_M^2}{a_0}, & a_3 &= \frac{R_R \mathbb{L}_M}{a_0} \\ a_4 &= \frac{\mathbb{L}_R \mathbb{L}_M}{a_0}, & a_5 &= \frac{\mathbb{L}_R}{a_0}, & a_6 &= \frac{R_S \mathbb{L}_M}{a_0}, & a_7 &= \frac{\mathbb{L}_S \mathbb{L}_M}{a_0} \\ a_8 &= \frac{R_R \mathbb{L}_S}{a_0}, & a_9 &= \frac{\mathbb{L}_S \mathbb{L}_R}{a_0}, & a_{10} &= \frac{\mathbb{L}_M}{a_0} \end{aligned} \quad (2)$$

onde:

- \mathbb{L}_M Indutância mútua cíclica;
- \mathbb{L}_R Cíclica do secundário (rotor);
- \mathbb{L}_S Indutância cíclica do primário (estator);
- R_R Resistência do rotor;
- R_S Resistência do estator;

e

$$\begin{aligned} \mathbb{L}_S &= L_S - L_{M_S} \quad , \quad \mathbb{L}_R = L_R - L_{M_R} \quad , \quad \mathbb{L}_M = \frac{3}{2}L_m \\ L_{M_S} &= -\frac{L_{ms}}{2} \quad , \quad L_{M_R} = -\frac{L_{mr}}{2} \end{aligned} \quad (3)$$

onde:

L_R	Indutância própria do rotor;
L_S	Indutância própria do estator;
$L_{ms} = L_{mr} = L_m$	Indutâncias mútuas entre estator e rotor;
L_{M_R}	Indutância mútua entre duas bobinas do rotor;
L_{M_S}	Indutância mútua entre duas bobinas do estator.

Já o torque elétrico, T_e , é dado por:

$$T_e = N\mathbb{L}_M(I_{Rd}I_{Sq} - I_{Rq}I_{Sd}) \quad (4)$$

A modelagem mecânica do rotor realizada para um MIT, pode ser visto na forma matricial por:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_R \\ \dot{\theta} \\ \dot{\tau}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B_n}{J} & 0 & -\frac{1}{J} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_R \\ \theta \\ \tau_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} T_e \quad (5)$$

onde:

B_n	Coefficiente de atrito do motor;
J	Momento de inércia do motor;
τ_d	Distúrbio de carga;
θ	Ângulo de defasagem entre os enrolamentos do estator e rotor.

3 PROJETO DOS CONTROLADORES PI

Nesta seção será mostrado o projeto de controladores PI, para as malhas de corrente e a malha de velocidade do motor. Tais controladores são baseados em (MARTINS, 2006).

3.1 Controlador de Velocidade

O diagrama de blocos, mostrado na Figura 1, apresenta o modelo mecânico do motor de indução e do controlador de velocidade do tipo PI empregado no sistema. Este controlador é responsável pela geração da corrente de referência, I_{sq}^* , que forçará o motor a rastrear a velocidade de referência.

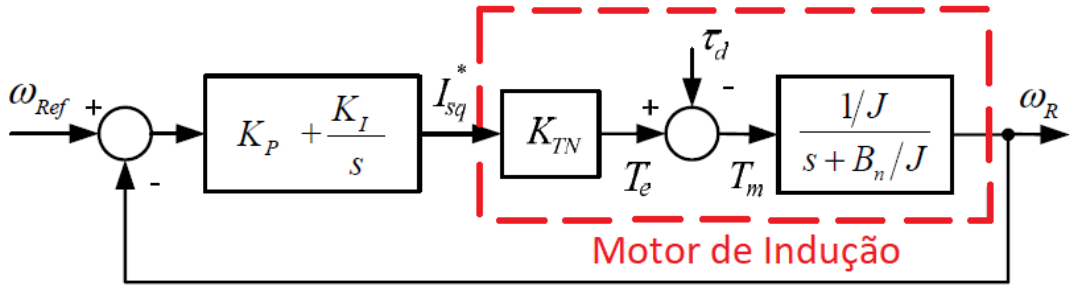


Figura 1: Controlador do tipo PI aplicado a malha de velocidade

onde:

- K_I Ganho integral;
- K_P Ganho proporcional;
- K_{TN} Constante de torque;
- T_m Torque mecânico;
- ω_{ref} Velocidade de referência;

e s é a variável complexa no domínio de Laplace.

A função de transferência (FT) do controlador PI, descrita por $G_c(s)$, é dada por:

$$G_c(s) = K_P + \frac{K_I}{s} \quad (6)$$

A FT planta do sistema, a partir do espaço de estados apresentado anteriormente, descrita por $G_p(s)$, é dado por:

$$G_p(s) = \frac{\frac{K_{TN}}{J}}{s + \frac{B_n}{J}} \quad (7)$$

O controlador PI e a planta do sistema podem ser representadas pela seguinte FT:

$$G(s) = \frac{K_P K_{TN} s + K_I K_{TN}}{s(Js + B_n)} \quad (8)$$

Para malha fechada, com realimentação unitária, pode-se escrever a seguinte FT, T(s):

$$T(s) = \frac{K_P K_{TN} s + \frac{K_I K_{TN}}{s(Js+B_n)}}{1 + \left(\frac{s K_P K_{TN} + K_I K_{TN}}{s(Js+B_n)} \right)} \quad (9)$$

Simplificando (9) resulta em:

$$T(s) = \frac{K_P K_{TN} s + K_I K_{TN}}{J s^2 + B_n s + K_P K_{TN} s + K_I K_{TN}} \quad (10)$$

Dividindo (10) pelo momento de inércia (J), para deixar o coeficiente unitário, obtém-se a FT da malha de controle de velocidade da máquina, tal como:

$$T(s) = \frac{\frac{K_P K_{TN}}{J} s + \frac{K_I K_{TN}}{J}}{s^2 + \left(\frac{B_n}{J} + \frac{K_P K_{TN}}{J} \right) s + \frac{K_I K_{TN}}{J}} \quad (11)$$

Se for considerado que o coeficiente de atrito é desprezível em relação ao momento de inércia, tem-se a seguinte simplificação:

$$\frac{\omega_R(s)}{\omega_{Ref}(s)} = \frac{\left(\frac{K_P K_{TN}}{J} \right) s + \frac{K_I K_{TN}}{J}}{s^2 + \left(\frac{K_P K_{TN}}{J} \right) s + \frac{K_I K_{TN}}{J}} \quad (12)$$

Assim, a expressão (12) é um sistema de segunda ordem no domínio da frequência, s, tal que:

$$\frac{\omega(j\omega_b)}{\omega_{Ref}(j\omega_b)} = \frac{2\zeta\omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2}{(j\omega_b)^2 + 2\zeta\omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2} \quad (13)$$

onde ζ e ω_b representam o coeficiente de amortecimento e a frequência de corte (em radianos) da resposta do sistema em malha fechada, respectivamente. Note ainda que j indica uma variável complexa.

A largura de frequência de corte ω_b é determinada por:

$$\left(\frac{\omega(j\omega_b)}{\omega_{Ref}(j\omega_b)} \right) = -3db \quad (14)$$

Frequentemente no lugar de $-3db$ utiliza-se $-3,01db$ que equivale a um ganho de 0,707, assim:

$$\frac{\omega(j\omega_b)}{\omega_{Ref}(j\omega_b)} = \frac{2\zeta\omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2}{(j\omega_b)^2 + 2\zeta\omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2} = 0,707 \quad (15)$$

onde ω_n é a frequência natural. De (15), segue que:

$$\frac{\sqrt{(2\zeta\omega_n\omega_b)^2 + \omega_n^4}}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega_b^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega_b)^2}} = 0,707 \quad (16)$$

De (16), obtém-se:

$$(2\zeta\omega_n\omega_b)^2 + \omega_n^4 = 0,5 \left[(\omega_n^2 - \omega_b^2)^2 + 4\zeta^2\omega_n^2\omega_b^2 \right] \quad (17)$$

Reescrevendo (17), tem-se que:

$$\omega_n^4 = 0,5 \left[(\omega_n^2 - \omega_b^2)^2 + 4\zeta^2\omega_n^2\omega_b^2 \right] - 4\zeta^2\omega_n^2\omega_b^2 \quad (18)$$

Dividindo-se ambos os lados da expressão (18) por ω_n^4 , obtém-se:

$$1 = 0,5 \left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \right]^2 + 4\zeta^2 \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \right\} - 4\zeta^2 \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \quad (19)$$

Para fins de simplificação, define-se que:

$$a = \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \quad (20)$$

Substituindo (20) em (19), obtém-se a seguinte expressão:

$$1 = 0,5 \left[(1 - a)^2 + 4\zeta^2 a \right] - 4\zeta^2 a \quad (21)$$

que pode ser reescrita como,

$$1 = 0,5 \left[(1 - 2a + a^2) + 4\zeta^2 a \right] - 4\zeta^2 a \quad (22)$$

ou ainda:

$$0,5a^2 + (2\zeta^2 - 4\zeta^2 - 1)a - 0,5 = 0 \quad (23)$$

A partir de (23), tem-se que:

$$0,5a^2 + (-2\zeta^2 - 1)a - 0,5 = 0 \quad (24)$$

Resolvendo (24) tem-se que:

$$a = 2\zeta^2 + 1 \pm \sqrt{4\zeta^4 + 4\zeta^2 + 2} \quad (25)$$

que substituída em (20), resulta em:

$$\omega_b^2 = \omega_n^2 \left(2\zeta^2 + 1 \pm \sqrt{4\zeta^4 + 4\zeta^2 + 2} \right) \quad (26)$$

ou ainda,

$$\omega_b = \omega_n \sqrt{2\zeta^2 + 1 + \sqrt{(1 + 2\zeta^2)^2 + 1}} \quad (27)$$

Da FT (12), pode-se determinar o ganho do controlador K_P por:

$$2\zeta\omega_n = \frac{K_P K_{TN}}{J} \quad (28)$$

que pode ser reescrita na forma:

$$K_P = \frac{2\zeta\omega_n J}{K_{TN}} \quad (29)$$

Substituindo (27) em (29), obtém-se:

$$K_P = \frac{2J\omega_b}{K_{TN}} \frac{\zeta}{\sqrt{2\zeta^2 + 1 + \sqrt{(1 + 2\zeta^2)^2 + 1}}} \quad (30)$$

O ganho K_I é calculado por:

$$\omega_n^2 = \frac{K_I K_{TN}}{J} \quad (31)$$

que pode ser reescrita na forma:

$$K_I = \frac{\omega_n^2 J}{K_{TN}} \quad (32)$$

Substituindo-se (27) em (32) tem-se que:

$$K_I = \frac{J\omega_b^2}{K_{TN}} \frac{1}{\sqrt{2\zeta^2 + 1 + \sqrt{(1 + 2\zeta^2)^2 + 1}}} \quad (33)$$

3.2 Controlador de Corrente

A Figura 2 mostra o diagrama de blocos do modelo elétrico do motor de indução (destaque em vermelho), que é resultante dos passos de alinhamento no fluxo rotórico. O alinhamento é importante pois, o mesmo permite a inserção de um controlador nos eixos (MORITA, 2014). Note que há dois controladores PI atuando paralelamente, PI_1 e PI_2 , regulando as correntes dos eixos d e q, respectivamente.

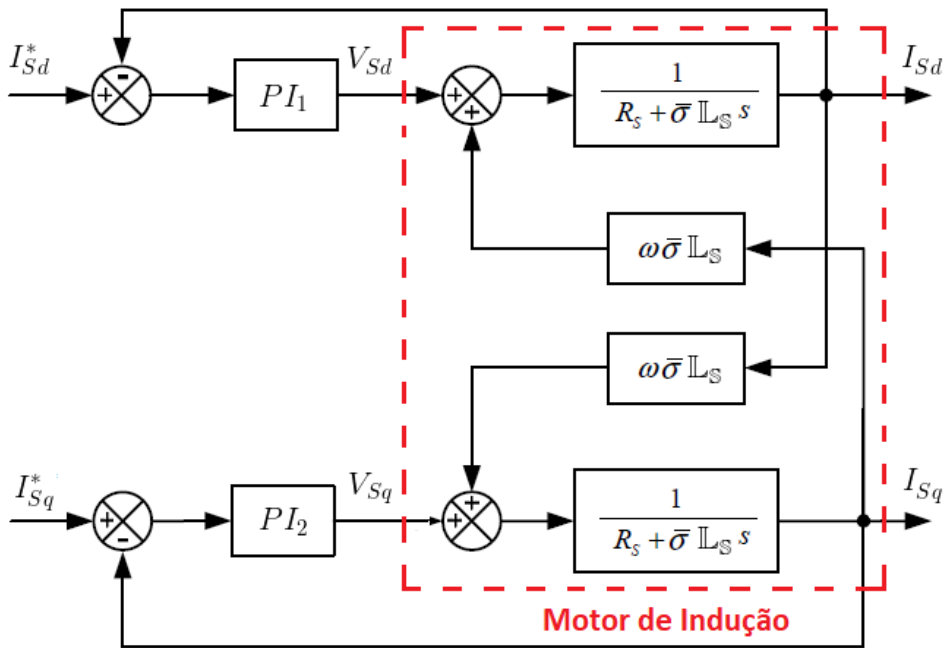


Figura 2: Diagrama de compensação de acoplamento, adaptado de (MARTINS, 2006)

onde:

I_{sd}^* Corrente de referência estatórica no eixo d;

I_{sq}^* Corrente de referência estatórica no eixo q;

e

$$\bar{\sigma} = 1 - \frac{L_M^2}{L_R L_S} \quad (34)$$

onde:

$\bar{\sigma}$ Parâmetro auxiliar.

Por causa do acoplamento presente entre as correntes estatóricas, a estipulação de I_{sd} e I_{sq} de modo independente fica prejudicada. Para diminuir os efeitos desse acoplamento e simplificar a lei de controle, foi empregado um método de compensação ao acoplamento

apresentado na Figura 2. Com esse método são obtidos servos de correntes, tornando viável o acionamento do motor de indução com fontes de tensão a partir dos valores, de corrente, calculados pela lei de controle (MARTINS, 2006).

Lembrando que a função de transferência do controlador PI é dada por:

$$G_c(s) = K_P + \frac{K_I}{s} \quad (35)$$

e que a planta do sistema, considerando o acoplamento entre I_{sd} e I_{sq} como um distúrbio externo, é definida como:

$$G_p(s) = \frac{1}{s\bar{\sigma}L_S + R_S} \quad (36)$$

então, (35) juntamente com a planta do sistema (36) resulta em:

$$G(s) = \frac{sK_P + K_I}{s(s\bar{\sigma}L_S + R_S)} \quad (37)$$

Para malha fechada, com realimentação unitária, pode-se escrever que:

$$T(s) = \frac{sK_P + K_I}{\bar{\sigma}L_S s^2 + (K_P + R_S)s + K_I} \quad (38)$$

Dividindo (38) pelo termo $(\bar{\sigma}L_S)$, para deixar o coeficiente unitário, obtém-se a FT da malha de controle da malha elétrica, tal como:

$$T(s) = \frac{\frac{sK_P}{\bar{\sigma}L_S} + \frac{K_I}{\bar{\sigma}L_S}}{s^2 + \frac{(K_P + R_S)}{\bar{\sigma}L_S}s + \frac{K_I}{\bar{\sigma}L_S}} \quad (39)$$

Se for considerado que a resistência estatórica R_S é desprezível em relação aos ganhos do compensador, tem-se:

$$T(s) = \frac{\frac{sK_P}{\bar{\sigma}L_S} + \frac{K_I}{\bar{\sigma}L_S}}{s^2 + \frac{K_P}{\bar{\sigma}L_S}s + \frac{K_I}{\bar{\sigma}L_S}} \quad (40)$$

Assim, a expressão (40) é a de um sistema de segunda ordem no domínio s tal que:

$$\frac{I(j\omega_b)}{I_{Ref}(j\omega_b)} = \frac{2\zeta\omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2}{(j\omega_b)^2 + 2\zeta\omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2} \quad (41)$$

onde I_{Ref} é a corrente de referência.

A largura de faixa ω_b é determinada por:

$$20 \log \left(\frac{I(j\omega_b)}{I_{Ref}(j\omega_b)} \right) = -3db \quad (42)$$

Novamente, é comum utilizar $-3,01db$ no lugar de $-3db$, pois equivale a um ganho de 0,707. Assim,

$$\frac{I(j\omega_b)}{I_{Ref}(j\omega_b)} = \frac{2\zeta\omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2}{(j\omega_b)^2 + 2\zeta\omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2} = 0,707 \quad (43)$$

e

$$\frac{\sqrt{(2\zeta\omega_n\omega_b)^2 + \omega_n^4}}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega_b^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega_b)^2}} = 0,707 \quad (44)$$

De (44), obtém-se:

$$(2\zeta\omega_n\omega_b)^2 + \omega_n^4 = 0,5 \left[(\omega_n^2 - \omega_b^2)^2 + 4\zeta^2\omega_n^2\omega_b^2 \right] \quad (45)$$

Reescrevendo (45), tem-se que:

$$\omega_n^4 = 0,5 \left[(\omega_n^2 - \omega_b^2)^2 + 4\zeta^2\omega_n^2\omega_b^2 \right] - 4\zeta^2\omega_n^2\omega_b^2 \quad (46)$$

Dividindo-se ambos os lados da expressão (46) por ω_n^4 , obtém-se:

$$1 = 0,5 \left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \right]^2 + 4\zeta^2 \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \right\} - 4\zeta^2 \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \quad (47)$$

Para fins de simplificação, define-se que:

$$a = \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \quad (48)$$

Substituindo (48) em (47), obtém-se a seguinte expressão:

$$1 = 0,5 \left[(1 - a)^2 + 4\zeta^2 a \right] - 4\zeta^2 a \quad (49)$$

que pode ser reescrita como,

$$1 = 0,5 \left[(1 - 2a + a^2) + 4\zeta^2 a \right] - 4\zeta^2 a \quad (50)$$

ou ainda:

$$0,5a^2 + (2\zeta^2 - 4\zeta^2 - 1)a - 0,5 = 0 \quad (51)$$

A partir de (51), tem-se também:

$$0,5a^2 + (-2\zeta^2 - 1)a - 0,5 = 0 \quad (52)$$

Resolvendo (52), segue que:

$$a = 2\zeta^2 + 1 \pm \sqrt{4\zeta^4 + 4\zeta^2 + 2} \quad (53)$$

que substituída em (48), resulta em:

$$\omega_b^2 = \omega_n^2 \left(2\zeta^2 + 1 \pm \sqrt{4\zeta^4 + 4\zeta^2 + 2} \right) \quad (54)$$

ou ainda,

$$\omega_b = \omega_n \sqrt{2\zeta^2 + 1 + \sqrt{(1 + 2\zeta^2)^2 + 1}} \quad (55)$$

Da FT (39), pode-se determinar o ganho do controlador K_P por:

$$2\zeta\omega_n = \frac{K_P}{\bar{\sigma}\mathbb{L}_S} \quad (56)$$

que pode ser reescrita na forma:

$$K_P = 2\zeta\omega_n\bar{\sigma}\mathbb{L}_S \quad (57)$$

Substituindo (55) em (57), obtém-se:

$$K_P = \frac{2\zeta\omega_n\bar{\sigma}\mathbb{L}_S}{\sqrt{2\zeta^2 + 1 + \sqrt{(1 + 2\zeta^2)^2 + 1}}} \quad (58)$$

O ganho K_I é calculado por:

$$\omega_n^2 = \frac{K_I}{\bar{\sigma}\mathbb{L}_S} \quad (59)$$

que pode ser reescrita na forma:

$$K_I = \omega_n^2\bar{\sigma}\mathbb{L}_S \quad (60)$$

Finalmente, substituindo (55) em (60), tem-se que:

$$K_I = \frac{\bar{\sigma} L_s \omega_b^2}{\sqrt{2\zeta^2 + 1 + \sqrt{(1 + 2\zeta^2)^2 + 1}}} \quad (61)$$

3.3 Parâmetros Identificados

Nas subseções 3.1 e 3.2 foi apresentado o desenvolvimento metodológico dos cálculos para a obtenção dos ganhos da malha de velocidade e ganhos das malhas de corrente, respectivamente. Para obtenção dos ganhos K_p e K_i das duas malhas de corrente são utilizados como base os valores de ω_n e ζ , adotados em (MORITA, 2014). Assim, o coeficiente de amortecimento foi definido como $\zeta = 0,7$, bem como a frequência natural, $\omega_n = 600$. Já os valores de ω_n e ζ , para a malha de velocidade, são definidos a partir da especificação de regime transitório.

Em vários casos práticos, as características de desempenho almejadas de sistemas de controle são especificadas em termos de grandezas no domínio do tempo, pois sistemas com armazenamento de energia não podem responder instantaneamente e terão respostas transitórias sempre que submetidos a excitações ou a perturbações (OGATA, 2003). Na prática, a resposta transitória de um sistema de controle apresenta oscilações amortecidas antes de alcançar o regime estacionário (OGATA, 2003). Dessa forma, o Tempo de Acomodação (t_s) foi adotado como critério de desempenho. Esse parâmetro corresponde ao tempo necessário para que a curva de resposta alcance e permaneça em valores dentro de uma faixa em torno do valor final. Ainda, ressalta-se que este critério está relacionado com a maior constante de tempo do sistema de controle. O tempo de acomodação para 2% é dado por (62), sendo de aproximadamente 0,342s:

$$t_s = \frac{4}{\zeta \omega_n} \quad (62)$$

Desta forma, atribuindo o coeficiente de amortecimento $\zeta = 0,7$ é possível encontrar o valor de ω_n :

$$\omega_n = \frac{4}{0,342 \times 0,7} \approx 20 \quad (63)$$

Assim, a Tabela 1 mostra os valores adotados de ω_n e ζ para as malhas de corrente e para a malha de velocidade.

Vale a pena destacar que, os valores dos parâmetros mecânicos utilizados são mostrados na Tabela 2.

Tabela 1: Parâmetros de desempenho para os ganhos dos controladores

	ζ	ω_n
Malha de Corrente - Eixo d	0,7	600
Malha de Corrente - Eixo q	0,7	600
Malha de Velocidade	0,7	20

Tabela 2: Parâmetros mecânicos

Descrição	Valor
Coefficiente de Atrito (B)	0,0014 N.s/m
Momento de Inércia (J)	0,0028 Kg.m ²

4 TÉCNICA DE CONTROLE VETORIAL

Segundo (MARTINS, 2006; MORITA, 2014), para se realizar a estratégia de controle vetorial do MIT é necessário projetar três controladores PI independentes, sendo que um é responsável pela regulação da velocidade (parte mecânica) e os outros dois são responsáveis pelo controle das correntes (parte elétrica), considerando eixos síncronos desacoplados através das Transformadas de *Clarke* e *Park*, em coordenadas *dq*. A Figura 3 mostra a estrutura do controle vetorial de velocidade do motor de indução trifásico. Note que são determinadas duas correntes estatóricas de referência, em coordenadas *dq*, as quais são comparadas com as correntes medidas, após sua transformação da coordenadas *rst* para *dq*, obtendo os erros que serão repassados a cada controlador PI, que será executado individualmente, um no eixo *d* e outro no eixo *q*. Após reguladas as correntes, executa-se a conversão das grandezas dos eixos *d* e *q* novamente para *rst*, onde serão sintetizadas as tensões de fases que alimentarão o MIT.

Para garantir que o referencial está no fluxo rotórico, sendo as tensões V_{dq} constantes, é preciso que haja um controlador, ou seja, há a necessidade de se fechar a malha. Para se ter o alinhamento no fluxo rotórico, deve-se ter a seguinte condição,

$$\begin{bmatrix} \phi_R \end{bmatrix}_{dq} = \begin{bmatrix} \phi_{Rd} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (64)$$

pois no referencial fluxo rotórico, o eixo de coordenadas *d* encontra-se alinhado com o mesmo. A Figura 4 mostra visualmente a condição citada.

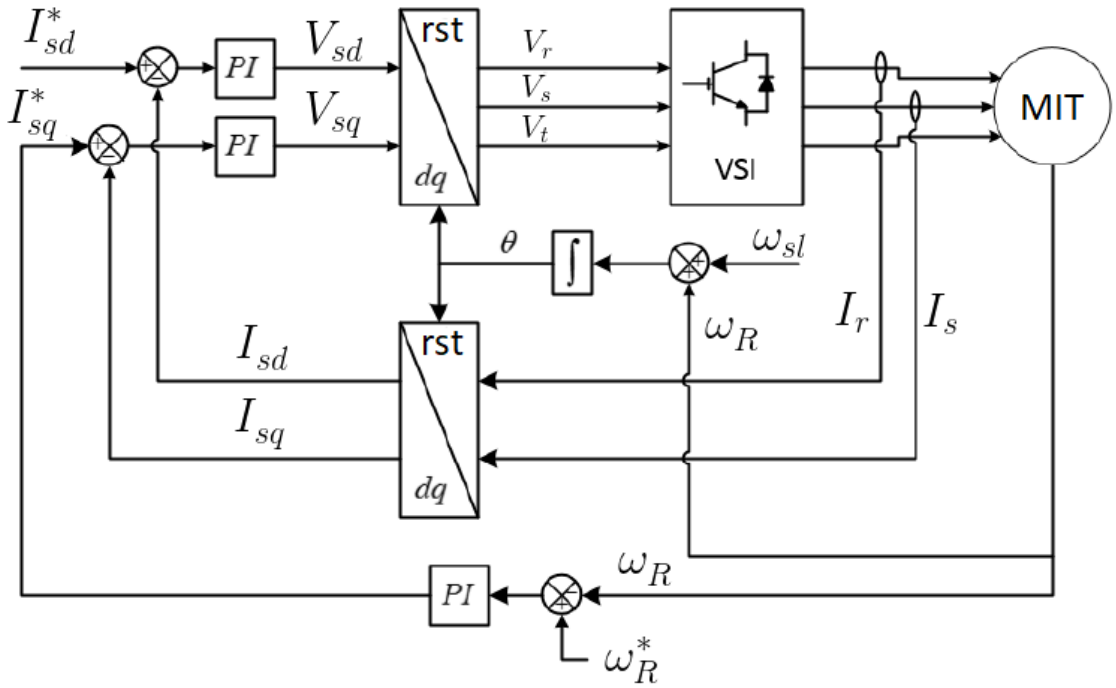


Figura 3: Estrutura do controle vetorial de velocidade do MIT, adaptado de (MORITA, 2014)

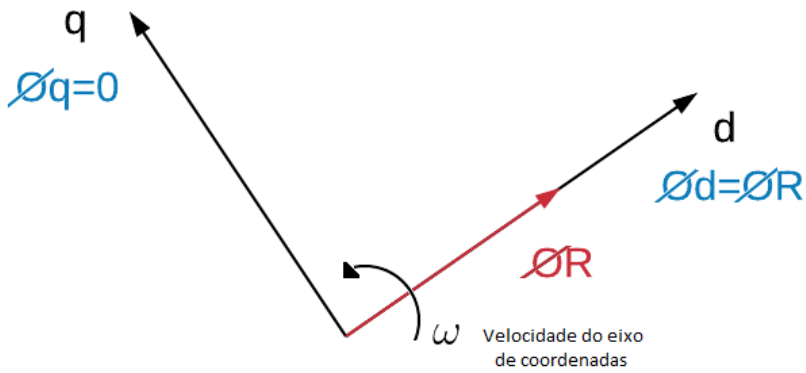


Figura 4: Alinhamento no fluxo rotórico

Como já discutido, quando (64) é satisfeito, a velocidade síncrona é dada por:

$$\omega = \omega_R + \left(\frac{R_R I_{sq}}{\mathbb{L}_R I_{sd}} \right) \tag{65}$$

5 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

As simulações foram feitas em Octave, com duração de $2s$, considerando uma taxa de amostragem de $1kHz$ e discretização das equações do modelo do MIT e controlador pelo método de *Euler*. A velocidade de referência foi determinada como $185rad/s$. A Figura 5 mostra o torque necessário para se chegar na velocidade desejada. Neste caso, o rotor está parado, logo o controlador manda a potência máxima presente da ação de controle. Note que ao alcançar a referência, o torque tende a zero, pois não há esforços na ação de controle para o rastreamento de referência.

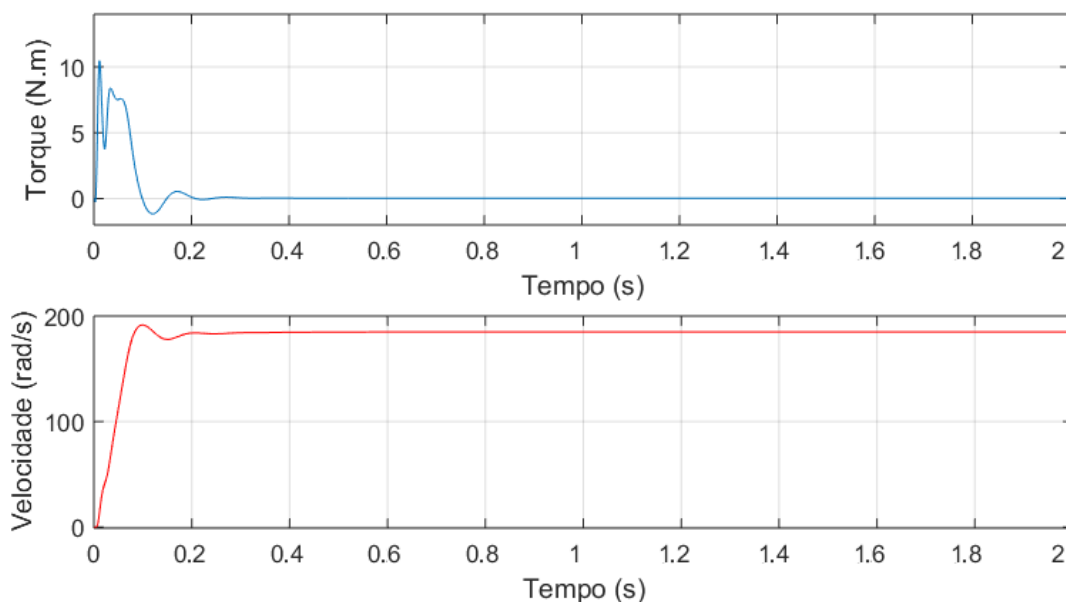


Figura 5: Curva de velocidade e torque - malha fechada

A Figura 6 mostra que a ação de controle u_d é somente para a magnetização da máquina. Com ação de controle máxima, a máquina acelerará e isso resulta nas oscilações presentes no torque. Algo interessante é que o torque negativo indica que, como a velocidade sobe com máxima potência, o erro vai diminuindo, até chegar em zero. Contudo, a velocidade tem um pico que ultrapassa a velocidade de referência. Assim, o controlador manda um comando de torque negativo, fazendo com que a velocidade retorne e estabilize na referência. O torque é o responsável por ajustar a curva de velocidade, sendo que ao alcançar seu objetivo mantém apenas um torque residual, próximo a zero, para manter a velocidade. Vale destacar também que as tensões V_{sd} e V_{sq} são resultantes das ações de controle u_d e u_q , respectivamente.

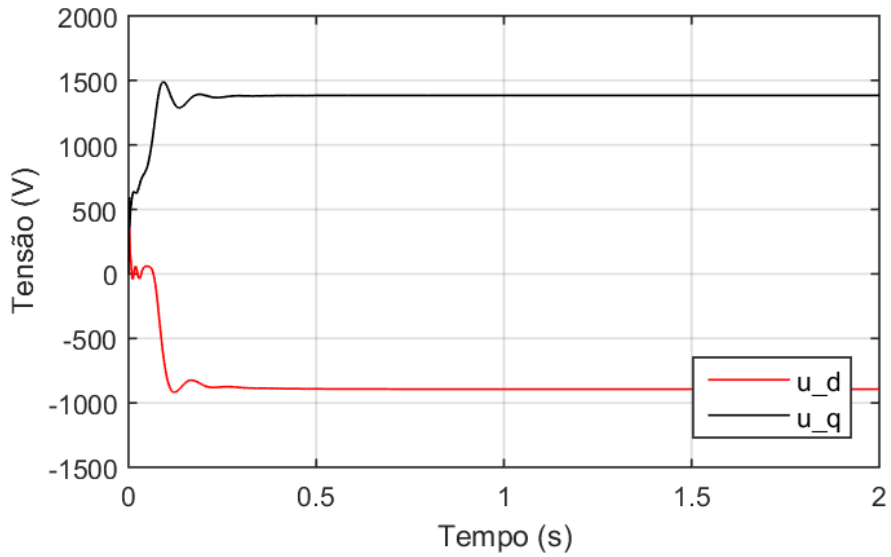


Figura 6: Ações de controle u_d e u_q

A Figura 7 e a Figura 8 mostram a tensão estatórica sobre o eixo direto e de quadratura, como também a corrente estatórica sobre o eixo direto e de quadratura, respectivamente. Analisando ambas as figuras percebe-se que V_{sd} é a tensão necessária para manter a corrente I_{sd} constante em $2A$, visto que esse é o valor adotado como referência (I_{sd}^*). Já V_{sq} é a tensão necessária para manter a corrente I_{sq} constante. Lembrando que a referência I_{sq}^* vem da ação de controle do controlador de velocidade (Figura 3).

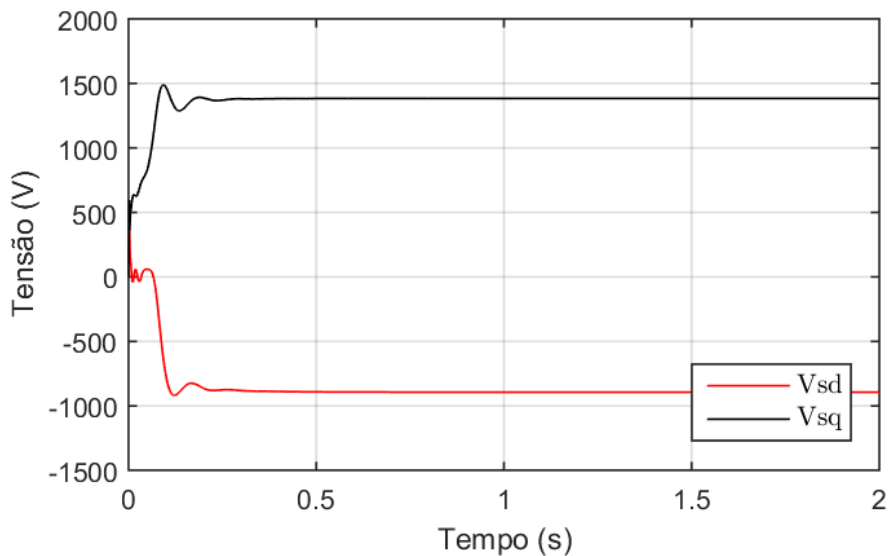


Figura 7: Tensões estatóricas em dq

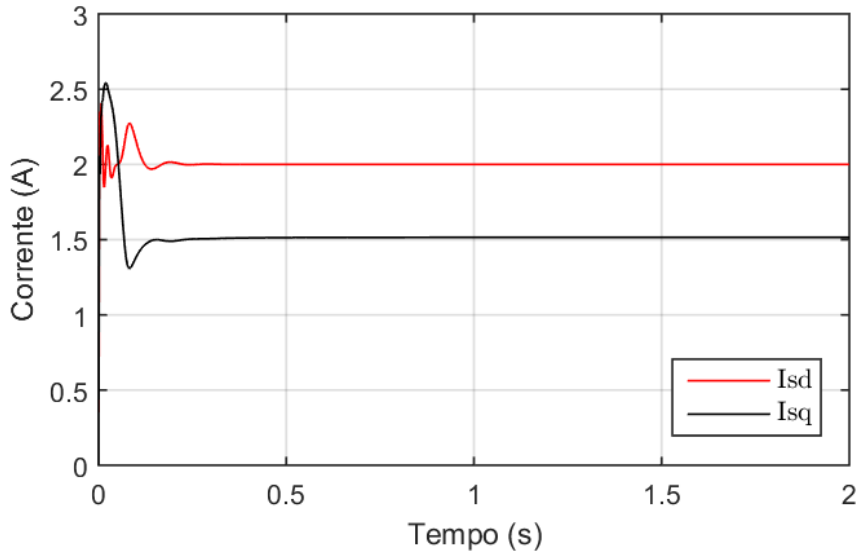


Figura 8: Correntes estatóricas em dq

Como já dito, o controlador de velocidade gera uma referência de corrente. Desta forma, a velocidade impõe a corrente I_{sq}^* e o I_{sq} medido para acompanhar a referência, ou seja, o I_{sq}^* (Figura 10). A Figura 11 mostra um zoom da Figura 10 para melhor visualização do acompanhamento.

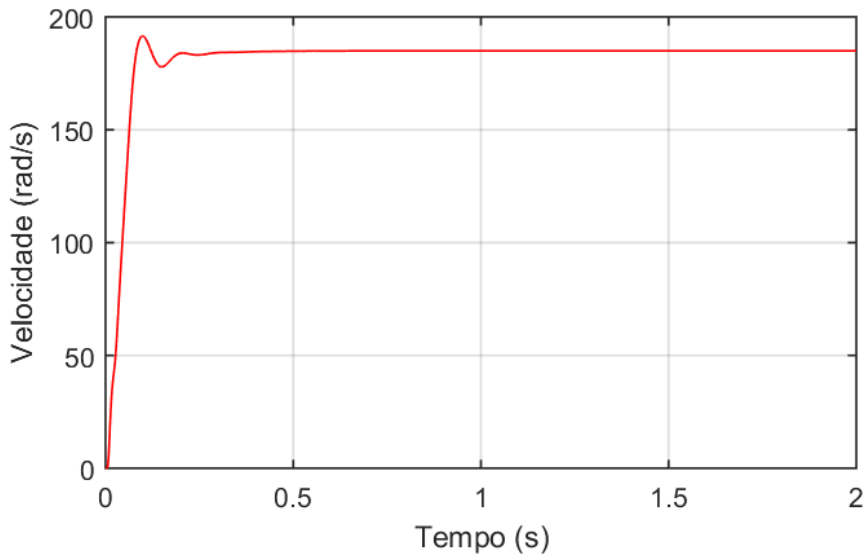


Figura 9: Controle vetorial - velocidade nominal de aproximadamente 185 rad/s

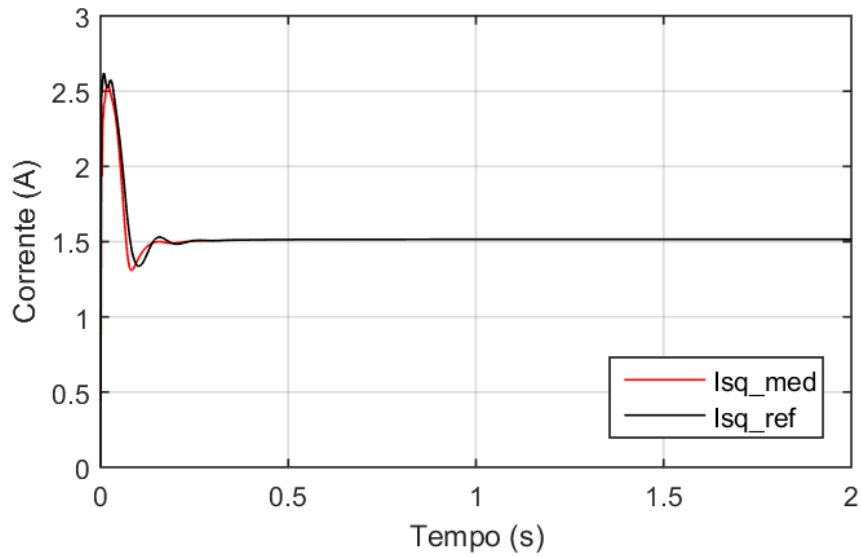


Figura 10: Corrente I_{sq} medida acompanha a corrente I_{sq}^* de referência

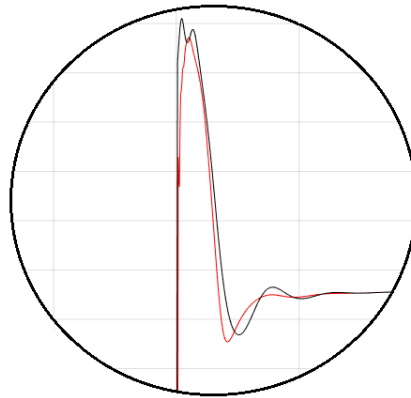


Figura 11: Zoom do acompanhamento de I_{sq}^* por I_{sq}

Com objetivo de avaliar o desempenho do controlador, uma segunda simulação foi realizada, considerando as condições da simulação anterior, porém com 5s. No instante de 2s foram aplicados distúrbios de torque, τ_d , mantidos por 1s, ou seja, até alcançar os 3s de simulação. Observe, na Figura 12, que o distúrbio de torque aplicado também influencia a velocidade. A velocidade por sua vez gerou uma curva de referência de corrente (I_{sq}^*), que é resultante da ação de controle da malha de velocidade. Logo em seguida, na Figura 13, nota-se que o distúrbio foi compensado adequadamente pelo controlador de corrente I_{sq} .

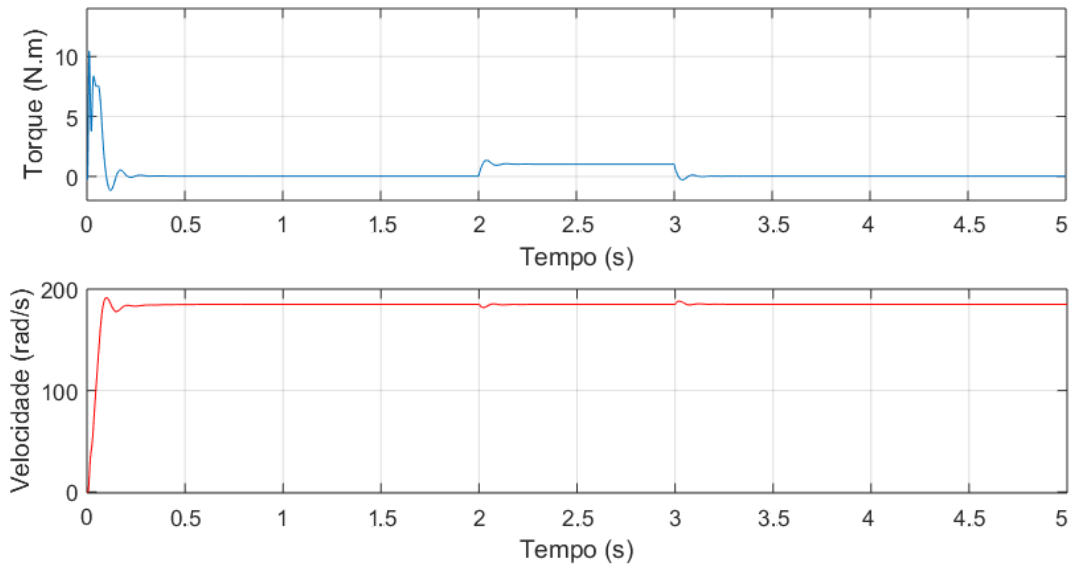


Figura 12: Torque e velocidade com distúrbio

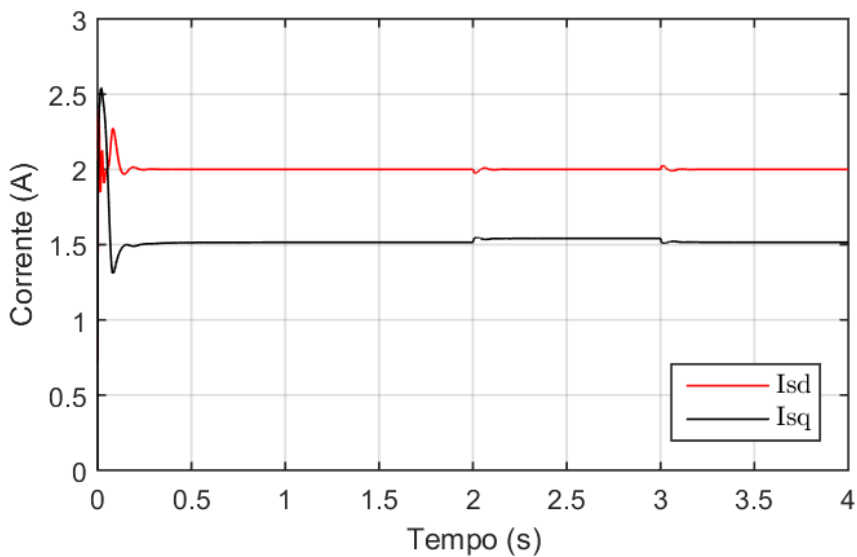


Figura 13: Distúrbio na corrente

A referência de corrente I_{sq}^* contempla o distúrbio de torque para compensá-lo. Dessa forma, tanto a corrente de referência I_{sq}^* , quanto a corrente medida I_{sq} são praticamente iguais (Figura 14), mostrando então a eficiência do controlador projetado. A Figura 15 mostra um zoom da corrente medida acompanhando a corrente de referência.

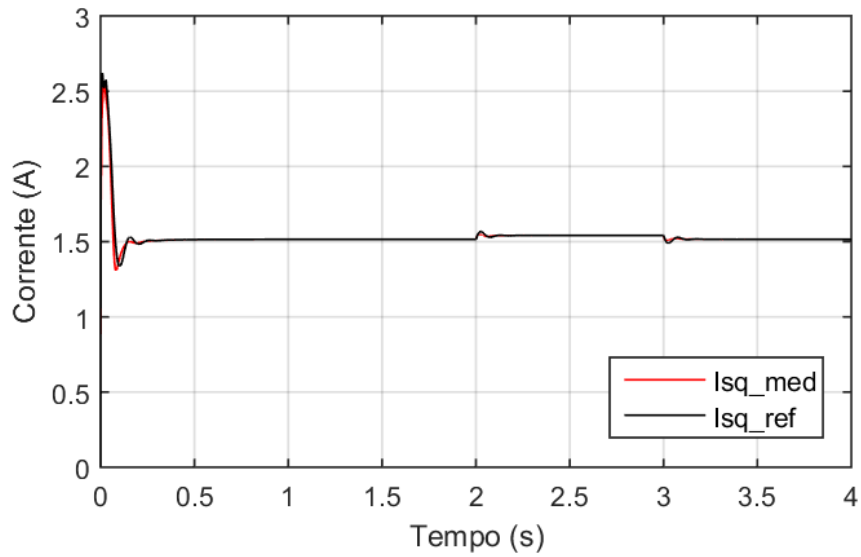


Figura 14: Corrente I_{sq} medida acompanha a corrente I_{sq}^* de referência

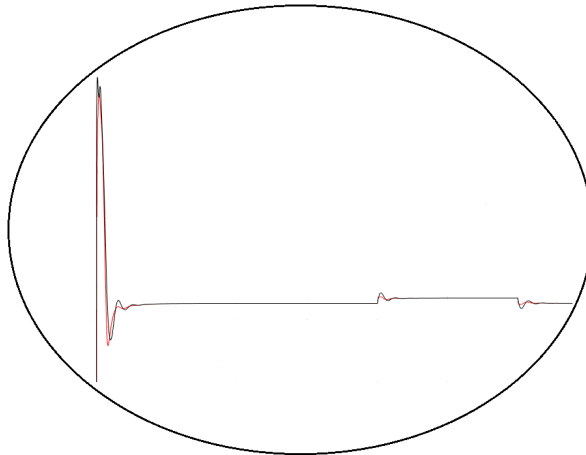


Figura 15: Zoom do acompanhamento de I_{sq}^* por I_{sq}

Portanto, conclui-se que a malha de velocidade realimenta a malha de corrente I_{sq} , logo a malha de corrente I_{sd} não deveria possuir uma ação de controle com distúrbio, teoricamente. Porém, na Figura 13, mostra-se o distúrbio presente em I_{sd} , sendo que este distúrbio deveria estar presente apenas em I_{sq} . Isso se deve ao fato do acoplamento presente entre os eixos dq , como já mostrado na Figura 2.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi apresentada a metodologia, de forma detalhada, do projeto de controladores PI para as três malhas do motor de indução trifásico, sendo dois

controladores responsáveis pelo controle das correntes e um controlador responsável pela regulação da velocidade. A inserção dos três controladores em malha fechada simultaneamente constitui a técnica conhecida na literatura por controle vetorial. Para corroborar o projeto dos controladores, resultados de simulação foram apresentados, onde constatou-se um desempenho viável para aplicação do controle vetorial experimentalmente, visto que, tanto as correntes quanto a velocidade rastream suas referências rapidamente, em torno de $500ms$. Além disso, o controle se manteve estável e rastreando as referências mesmo com aplicação de distúrbios exógenos. O próximo passo deste estudo é a construção de uma bancada para testes experimentais e validação do controle vetorial na prática.

Referências

ALMEIDA, B. d. **Modelagem do motor de indução em estudos de estabilidade de tensão**. 2010. 114f. Monografia (Graduação em Engenharia Elétrica) - Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia, São Carlos, 2010. Disponível em: <http://www.tcc.sc.usp.br/tce/disponiveis/18/180500/tce-17112011-100850/publico/Almeida_Bruno_de.pdf>. 2

ALMEIDA, M. T. d. **Manutenção preditiva: confiabilidade e qualidade**. 1. ed. Minas Gerais, 2018. (acessado em: 04 de abr, 2019). Disponível em: <<https://mtaev.com.br/wp-content/uploads/2018/02/mnt1.pdf>>. 2

BARBI, I. **Teoria fundamental do motor de indução**. Editora da UFSC Florianópolis: [s.n.], 1985. Disponível em: <<https://ivobarbi.com.br/downloads/livros/Livro%20-%20TeoriaFundamentaldoMotordeInducao.pdf>>. 3

BOCKER, J.; MATHAPATI, S. **State of the art of induction motor control**. In: IEEE. *IEEE International Electric Machines & Drives Conference*. 2007. v. 2, p. 1459–1464. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/iel5/4270599/4270762/04270863.pdf>>. 3

BORGES, T. C. **Análise dos custos operacionais de produção no dimensionamento de frotas de carregamento e transporte em mineração**. 2013. 98f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mineral) - Universidade Federal de Ouro Preto, Escola de Minas, Ouro Preto, 2013. Disponível em: <https://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/3411/1/DISSERTA%C3%87%C3%83O_%20An%C3%A1liseCustoOperacionais.pdf>. 2

BULGARELLI, R. **Proteção térmica de motores de indução trifásicos industriais**. 2006. 136f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, São Paulo, 2006. Disponível em: <<https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3143/tde-01122006-134918/publico/RobervalBulgarelli.pdf>>. 2

CAD, M. M. **Estratégias de modelagem dinâmica e simulação computacional do motor de indução trifásico**. 2000. 171f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia, São Carlos, 2000. Disponível em: <<https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18133/tde-13032002-113426/publico/tese.pdf>>. 2

DAKHIL, A. M.; HASSAIN, R. H.; AUBBAS, A. K. A. **Comparison of pi controller, fuzzy controller and practical swam optimization for dual three phase induction motors drives control based on indirect field vector oriented method**. *Transylvanian Review*, v. 1, n. 10, 2020. Disponível em: <<http://transylvanianreviewjournal.org/index.php/TR/article/view/4218>>. 3

FORTES, M. Z.; FERREIRA, V. H.; COELHO, A. P. F. **The induction motor parameter estimation using genetic algorithm**. *IEEE Latin America Transactions*, IEEE, v. 11, n. 5, p. 1273–1278, 2013. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/iel7/9907/6684387/06684404.pdf>>. 2

FURTUNATO, A. F.; SALAZAR, A. O.; ARAÚJO, A. D. **Controlador de velocidade usando modos deslizantes suaves para um motor de indução trifásico**. *SBA-Controle & Automação*, v. 12, n. 2, p. 148–155, 2001. Disponível em: <<https://www.sba.org.br/revista/vol12/v12a282.pdf>>. 2

HOLMES, D. G.; MCGRATH, B. P.; PARKER, S. G. **Current regulation strategies for vector-controlled induction motor drives**. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, IEEE, v. 59, n. 10, p. 3680–3689, 2011. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/iel5/41/6191366/05991955.pdf>>. 3

LEONHARD, W. **Control of electrical drives**. 3. ed. Switzerland: Springer Science & Business Media, 2012. Disponível em: <<https://www.springer.com/gp/book/9783540418207>>. 3

MARTINS, O. S. **Comparação de técnicas de controle de velocidade sensorless aplicadas a motores de indução em plataforma DSP**. 2006. 117f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Tecnologia, Santa Maria, 2006. Disponível em: <<https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/8449/ORLANDOMARTINS.pdf?sequence=1&isAllowed=y>>. 4, 5, 10, 14

MORITA, L. Y. **Algoritmos para a compensação de distúrbios elétricos aplicado ao controle vetorial em motores de indução trifásicos**. 2014. 117f. Monografia (Graduação em Engenharia de Automação) - Universidade Federal do Rio Grande, Centro de Ciências Computacionais, Rio Grande, 2014. 3, 9, 13, 14, 15

NECKEL, L. **Estudo de algoritmos backstepping para o controle de correntes e estimação da velocidade rotórica em motores de indução trifásicos**. 2017. 151f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Tecnologia, Santa Maria, 2017. Disponível em: <https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/14166/DIS_PPGE_2017_NECKEL_LUCAS.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. 3

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. Nova Jersey: Pearson Prentice Hall, 2003. v. 4. 13, 14

OJHA, P. K. et al. **Speed regulation and control of inverter fed induction motor drives using controllers (pi, pid)**. *Current Journal of Applied Science and Technology*, p. 7–14, 2020. Disponível em: <http://journalcjast.com/index.php/CJAST/article/download/30601/57430>. 3

OLIVEIRA, J. E. A. d. **Modelagem de um motor de indução trifásico operando com tensões desequilibradas por meio de redes neurais artificiais**. 2011. 125f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia, Bauru, 2011. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/87193>. 2

PAULA, D. D. de et al. **Validação experimental e modelagem matemática de um motor de indução trifásico com rotor gaiola de esquilo**. *Revista Mundi Engenharia, Tecnologia e Gestão*, IFPR, 2020 (no prelo). 4

PETRUZELLA, F. **Motores Elétricos e Acionamentos: Série Tekne**. 1. ed. New York: Bookman Editora, 2013. 2

QUEIROZ, F. C. H. d. **Controle vetorial de velocidade de um motor de indução trifásico com estimação neural de fluxo**. 2008. 71f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica e de Computação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Tecnologia, Natal, 2008. Disponível em: <ftp://ftp.ufrn.br/pub/biblioteca/ext/bdtd/FranciscoCHQ.pdf>. 2, 3

TRZYNADLOWSKI, A. M. **Control of induction motors**. Elsevier, 2000. v. 1. Disponível em: <https://www.elsevier.com/books/control-of-induction-motors/trzynadlowski/978-0-12-701510-1>. 2

VAS, P. **Vector control of AC machines**. Oxford University Press, USA, 1990. v. 22. Disponível em: <https://www.worldcat.org/title/vector-control-of-ac-machines/oclc/20828570>. 3

WEG, S. **Motores elétricos: Guia de especificação**. 1. ed. Brasil, 2016. (acessado em: 05 de abr, 2019). Disponível em: <https://static.weg.net/medias/downloadcenter/h32/hc5/WEG-motores-eletricos-guia-de-especificacao-50032749-brochure-portuguese-web.pdf>. 2

Enviado em: 11 jun. 2019

Aceito em: 16 jul. 2020

Editor responsável: Mateus das Neves Gomes